# Control visual de sistemas robóticos remotos

Rafael Kelly Marco A. Artega CICESE UNAM

## Antecedentes

- Robot
- Robótica
- Clasificación:
  - Robots manipuladores

 $\bullet \ \, \text{Robots moviles} \left\{ \begin{array}{l} \text{Robots con ruedas} \\ \text{Robots con patas} \\ \text{Robots acuáticos} \left\{ \begin{array}{l} \text{Robots con ruedas} \\ \text{Robots marinos} \\ \text{Robots aéreos} \end{array} \right. \right.$ 

# Visión en el guiado de sistemas robóticos

## ${\bf Robots\ manipuladores}$

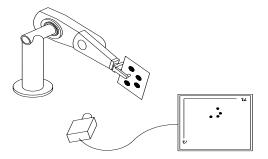


Figure 1: Cámara fija

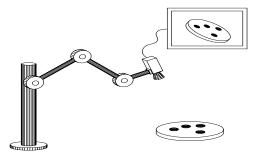


Figure 2: Cámara en mano

## Robots móviles

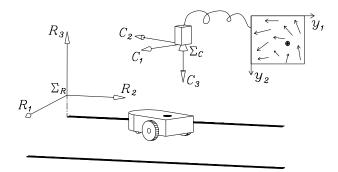


Figure 3: Robot móvil: Cámara fija

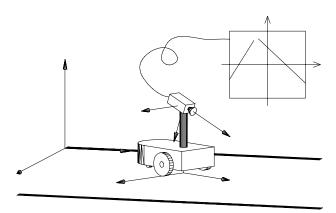


Figure 4: Robot móvil: Cámara a bordo

## Teleoperación

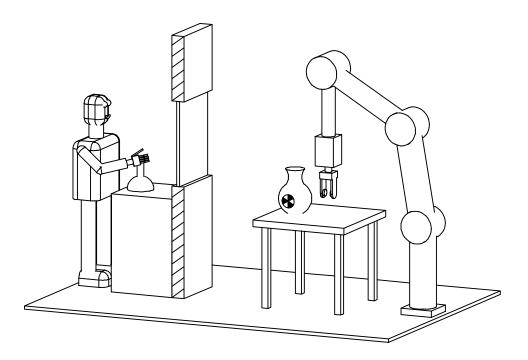


Figure 5: Telemanipulación

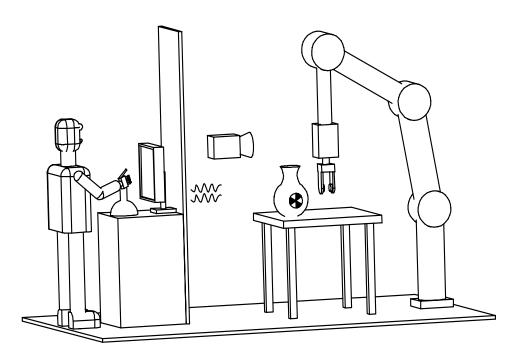


Figure 6: Operación remota

## Operación remota: Robot manipulador

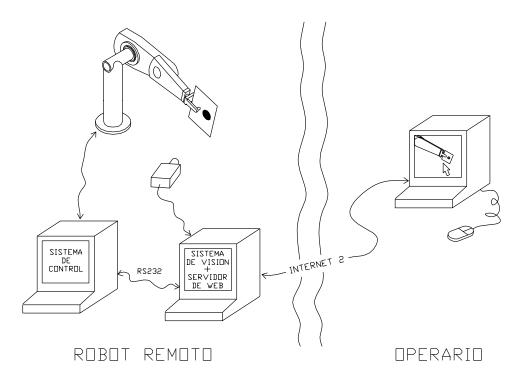


Figure 7: Operación remota: Robot manipulador

## Operación remota: Robot móvil

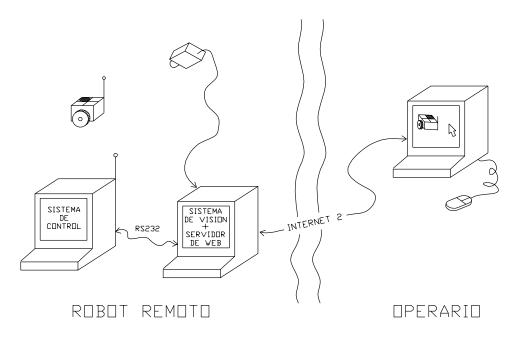
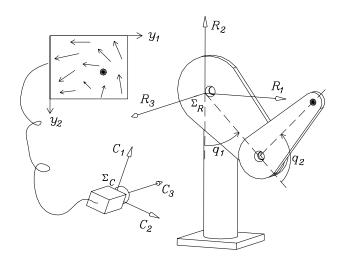


Figure 8: Operación remota: Robot móvil

# Análisis: Operación remota del robot manipulador

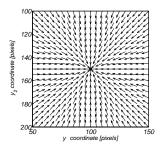


- Modelo dinámico:  $M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$
- Cinemática directa:  $\boldsymbol{x}_R(\boldsymbol{q}): \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$$m{x}_R(m{q}) = \left[ egin{array}{l} 0.26 \sin(q_1) + 0.26 \sin(q_1 + q_2) \ -0.26 \cos(q_1) - 0.26 \cos(q_1 + q_2) \end{array} 
ight].$$



## Campo de velocidad deseado



• Cinemática perceptual:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \frac{\alpha \lambda}{O_{R3}^C - \lambda} R(\phi) \left| \boldsymbol{x}_R(\boldsymbol{q}) - \left| \begin{matrix} O_{R1}^C \\ O_{R2}^C \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} u_0 \\ v_0 \end{matrix} \right| \right| ; R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ \sin(\phi) & -\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

donde

- $-\lambda$  es la distancia focal
- $-\alpha$  es el factor de convesrsión de metros a pixeles
- $\mathbf{O}_{R}^{C} = [O_{R1}^{C} \ O_{R2}^{C} \ O_{R3}^{C}]^{T}$  es la posición del origen de la cámara
- $-[u_0 \ v_0]^T$  es un sesgo
- Cinemática perceptual diferencial:

$$\dot{m{y}} = rac{lpha \lambda}{O_{P2}^C - \lambda} R(\phi) J_A(m{q}) \dot{m{q}} = J(m{q}) \dot{m{q}}$$

donde

- $-J_A(\boldsymbol{q}) = \partial \boldsymbol{x}_R(\boldsymbol{q})/\partial \boldsymbol{q}$  es la matriz jacobiana analítica
- $-J(\boldsymbol{q}) = \frac{\alpha\lambda}{O_{R_3}^C \lambda} R(\phi) J_A(\boldsymbol{q})$  es el jacobiano perceptual (supuesto de rango completo y acotado)

#### Sistema de control

#### Subsistema de velocidad articular

$$\tau = M(q)\dot{\omega}_d + C(q, \dot{q})\omega_d + g(q) + K_v\tilde{\omega} + K_i\xi$$
  
$$\dot{\xi} = \tilde{\omega}$$

dende

- $K_v$  and  $K_i$  son matrices simétricas definidas positivas
- $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}_d \dot{\boldsymbol{q}}$  es el vector de error de velocidad articular
- $\bullet$   $\omega_d$  es la velocidad articular deseada

#### Subsistema cinemático

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \boldsymbol{e},$$
 $\boldsymbol{\omega}_d = J(\boldsymbol{q})^{-1}[\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) + K\boldsymbol{\rho}],$ 

donde K es una matriz simétrica y definida positiva.

#### Sistema en malla cerrada

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho} \\ \boldsymbol{\xi} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K\boldsymbol{\rho} + J(\boldsymbol{q})\tilde{\boldsymbol{\omega}} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}} \\ -M(\boldsymbol{q})^{-1} \left[ C(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\tilde{\boldsymbol{\omega}} + K_v \tilde{\boldsymbol{\omega}} + K_i \boldsymbol{\xi} \right] \end{bmatrix}$$

### Función de Lyapunov

$$V(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\xi}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}) = \frac{\beta}{2} \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T M(\boldsymbol{q}) \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^T K_i \boldsymbol{\xi},$$

donde  $\beta$  es una constante satisfaciendo

$$0 < \beta < \frac{2\lambda_m\{K_v\}\lambda_m\{K\}}{k_I^2},\tag{1}$$

#### Derivada temporal

$$\dot{V}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\xi}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}) = -\beta \boldsymbol{\rho}^T K \boldsymbol{\rho} + \beta \boldsymbol{\rho}^T J(\boldsymbol{q}) \tilde{\boldsymbol{\omega}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T K_v \tilde{\boldsymbol{\omega}}, 
\dot{V}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\xi}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}) \leq - \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{\rho}\| \\ \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\| \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \lambda_m \{K\} & -\frac{1}{2}\beta k_J \\ -\frac{1}{2}\beta k_J & \lambda_m \{K_v\} \end{bmatrix}}_{O} \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{\rho}\| \\ \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\| \end{bmatrix}.$$

## Análisis: Operación remota del robot móvil

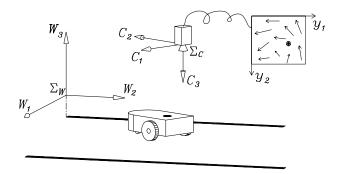


Figure 9: Robot móvil: cámara fija

• Modelo cinemático de postura:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{W1} \\ x_{W2} \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
 (2)

donde  $x_{W1}$ ,  $x_{W2}$  es la posición del robot y  $\theta$  su orientación. Las acción de control  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$  corresponden a la velocidad lineal y angular del robot.

(3)

• Cinemática perceptual:

$$egin{aligned} oldsymbol{y} &=& egin{bmatrix} y_1 \ y_2 \end{bmatrix}, \ &=& egin{bmatrix} rac{lpha\lambda}{O_{W3}^C - \lambda} R(\phi) \left[ oldsymbol{x}_W - \left[ egin{matrix} O_{W1}^C \ O_{W2}^C \end{array} 
ight] + \left[ egin{matrix} u_0 \ v_0 \end{array} 
ight], \ oldsymbol{h}(oldsymbol{x}_W) \end{aligned}$$

donde

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ \sin(\phi) & -\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

• Cinemática perceptual diferencial:

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \frac{\alpha\lambda}{O_{W3}^{C} - \lambda} R(\phi) \begin{bmatrix} \dot{x}_{W1} \\ \dot{x}_{W2} \end{bmatrix}, 
= \frac{\alpha\lambda}{O_{W3}^{C} - \lambda} R(\phi) \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} u_{1}, 
= \frac{\alpha\lambda}{O_{W3}^{C} - \lambda} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \phi) \\ -\sin(\theta - \phi) \end{bmatrix} u_{1}, \tag{4}$$

### Sistema de control

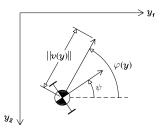


Figure 10: Vista del robot en la pantalla

$$u_1 = \frac{1}{\gamma} \| \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \|, \tag{5}$$

$$u_{2} = k \sin \left(\varphi(\boldsymbol{y}) - \bar{\psi}\right) + \|\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})\| \frac{\partial \varphi(\boldsymbol{y})}{\partial \boldsymbol{y}}^{T} \begin{bmatrix} \cos(\bar{\psi}) \\ -\sin(\bar{\psi}) \end{bmatrix}$$

$$(6)$$

donde k es una constante positiva de diseño y  $\gamma$  depende de parámetros de visión.

#### Sistema en malla cerrada

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) + \begin{bmatrix} \cos(\psi) - \cos(\varphi) \\ -\sin(\psi) + \sin(\varphi) \end{bmatrix} \|\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})\| \\ k \sin(\varphi(\boldsymbol{y}) - \bar{\psi}) + \dot{\varphi} \end{bmatrix}.$$
(7)

### Principio de invariancia de LaSalle

$$V(\boldsymbol{y}, \psi) = \frac{1}{2} \left[ \varphi(\boldsymbol{y}) - \psi \right]^2.$$

### Derivada temporal

$$\dot{V}(\boldsymbol{y}, \psi) = -k \left[ \varphi(\boldsymbol{y}) - \psi \right] \sin \left( \varphi(\boldsymbol{y}) - \bar{\psi} \right).$$

$$\dot{V}(\boldsymbol{y},\psi) \leq 0 \quad \forall \begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \psi \end{bmatrix} \in \mathcal{D}.$$