

MATEMÁTICA MAYA

Las fascinantes, rápidas y divertidas matemáticas de los mayas.

L. F. Magaña. Marzo 2006.

Aparentemente la civilización maya fue la primera cultura en el mundo en conocer la abstracción del cero, alrededor de 400 años antes de nuestra era, anticipándose en seiscientos años a las culturas de la India en este descubrimiento.

También se le conoce por sus magníficos logros astronómicos, culturales, agrícolas arquitectónicos, médicos, astronómicos, entre otros y es uno de los pueblos precolombinos más atractivos de América a los ojos de la sociedad globalizada de hoy. Tenemos algunos ejemplos.

Duración del Año en días

Por la astronomía moderna: **365.2422**

Según la astronomía maya: **365.2420**

Por nuestro calendario civil actual: **365.2425**

Por el calendario gregoriano a la llegada de los españoles a América: **365.2500**

Fueron capaces de desarrollar un poderoso sistema de cálculo con el que concibieron un calendario más preciso que el calendario civil que hoy utilizamos y realizaron cálculos para predecir, con asombrosa precisión, acontecimientos astronómicos que siguen cumpliéndose. Además, pudieron determinar el periodo lunar con tan sólo 24 segundos de diferencia con respecto al medido con la tecnología de hoy. Asimismo lograron un calendario muy preciso sobre las apariciones de Venus que es válido para los próximos cuatrocientos años.

Es evidente que, sin una herramienta matemática suficientemente poderosa y precisa como base, los mayas no hubieran podido desarrollar con tanta perfección sus cómputos astronómicos ni su medida del tiempo. Utilizaban una notación posicional, como la que empleamos actualmente en nuestro sistema de numeración, es decir, cada signo tiene un valor de acuerdo con la posición que ocupa en la representación del número.

Empleaban únicamente tres signos para representar cualquier número imaginable. Estos signos son: el punto, la raya y el cero; este último lo representaban con dibujos diversos, según la importancia del documento en que figurara. Lo más frecuente, sin embargo, era usar una concha de caracol.

Con estos tres signos, los mayas podían realizar todas las operaciones. Las ventajas de usar puntos, rayas y caracoles son muy notorias en la realización de esas operaciones aritméticas. Escribían los números de abajo hacia arriba, esto es, el grado de la potencia de 20 iba creciendo hacia

arriba. Usaremos una estrella para indicar el uso de fracciones.

Aquí describiremos las operaciones matemáticas fundamentales: la suma, la resta, la multiplicación, la división y la raíz cuadrada. Este método no requiere de tablas. Es un poderoso procedimiento de matemáticas concretas intuitivo, dinámico y lúdico. Además, esta metodología se adapta de manera muy simple a la base 10, que es la que se emplea de manera generalizada en el mundo actual. El resultado es poner el portentoso sistema de cálculo de los mayas al alcance de todo el mundo, es decir significa tener una metodología que permite, realizar las operaciones aritméticas con fracciones decimales y, al mismo tiempo, tener una comprensión profunda de ellas, lo que lleva a las abstracciones necesarias para disfrutar las matemáticas.

Veamos la representación de los números en base 10:

En nuestro sistema:

$$1897 = 1 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

En el sistema maya se hace lo mismo pero verticalmente:

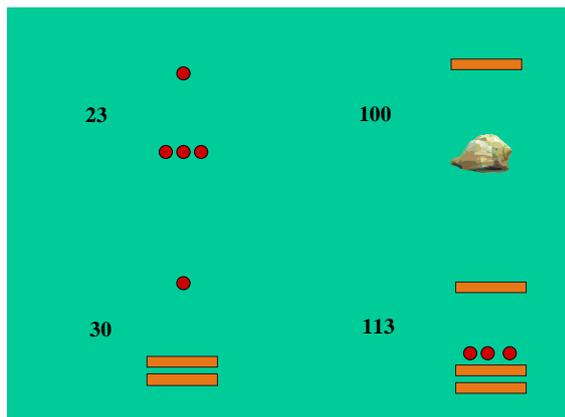
1
8
9
7

Utilizando puntos: ●, rayas: —, caracoles: 🐚 y base 20.

Veamos el uso de la base 20:

Notación Maya en base 20

Nótese que 5 puntos hacen una raya y que el espacio queda virtualmente separado en bloques de potencias de 20, creciendo hacia arriba, como se puede ver en los siguientes ejemplos:



Con más detalles:

El número 2015			20^3	Octomillar
		5X400	20^2	Cuatricentena
		0X20	20^1	Veintena
		15X1	20^0	Unidad

Si consideramos, además, el uso de potencias negativas de 20, esto es, fracciones vigesimales:

Dividimos el espacio en dos partes con la estrella. Por arriba están las potencias positivas de 20 y por abajo las potencias negativas de 20. Así, el número:

	1×20^1	20
	+	+
	5×20^0	5
es:	+	=
	0×20^{-1}	0
	+	+
	2×20^{-2}	0.005
o lo que es lo mismo:		25.005

En esta presentación utilizaremos la metodología que, muy probablemente, utilizaban los mayas para realizar sus operaciones, pero lo haremos en base 10 por razones de claridad.

Así, los números serán representados en base 10. Usaremos los símbolos utilizados por los mayas en su numeración y las siguientes reglas:

1. 2 rayas en un nivel equivalen a 1 punto en el nivel inmediato superior, dejando un cero.

2. 1 punto en un nivel equivale a 2 rayas en el nivel inmediato inferior, dejando un cero en el nivel de origen.

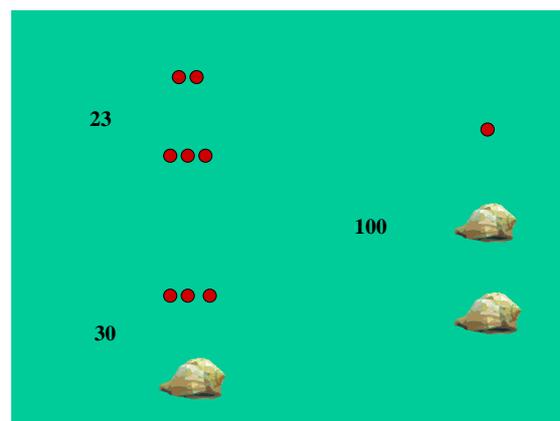
3. 5 puntos en un nivel equivalen a 1 raya en el mismo nivel.

4. 1 raya en un nivel equivale a 5 puntos en ese nivel.

Así, en base 10:



Unos ejemplos más:



Dividimos verticalmente el espacio en potencias de 10:

El número 2015		2	10^3	Millar
		0	10^2	Centena
		1	10^1	Decena
		5	10^0	Unidad

Algunos ejemplos más:

Ejemplos en notación Maya usando base 10:

	1999:		396:		6072:	
						
						

Pasamos ahora a las operaciones. Juntamos puntos y rayas nivel a nivel, desde abajo.

Suma: 128+2571

Suma: 128+2571

Suma: 128+2571

				
		2		
		6		
		9		
		9		

El resultado es 2699.

SUMA: 197+834

SUMA: 197+834

SUMA: 197+834

SUMA: 197+834

SUMA: 197+834

●●●			
●			

SUMA: 197+834

●	1		
●	0		
●●●	3		
●	1		

Leemos el resultado final: 1031. Para la resta, nivel por nivel y desde el más bajo, punto aniquila punto y raya aniquila raya. Trabajamos sobre el minuendo sin alterar el sustraendo:

RESTA: 742-541

●●	—		
●●●●	●●●●		
●●	●		

RESTA: 742-541

●●	—		
●	●●●		
●	●		

En la columna de la izquierda está el resultado: 201. La prueba es directa. Nada más sumamos los

números que quedaron. Un ejemplo un poco más complicado:

862-643

●●●	●		
—	—		
●	●●●		
—	—		

Aquí necesitamos bajar un punto al nivel más bajo:

862-643

●●●	●		
—	—		
●	●●●		
—	—		

Y transformamos rayas en puntos, para luego realizar la resta:

862-643

●●●	●		
—	—		
●●●●	●●●●		
●●	●●		

862-643

●●●	●		
—	—		
●●●●	●●●●		
●●●	●●		

Los puntos y rayas encerrados serán eliminados en el minuendo para realizar la resta:

862-643

RESTA: 862-643

Ya podemos leer el resultado en la columna de la izquierda.:219.

Pasemos a la multiplicación. Esta es particularmente interesante. Realicemos el producto 215X121. Ponemos los factores por fuera del tablero; uno, verticalmente y el otro horizontalmente.

215X121

Hemos colocado el primer factor verticalmente. No necesitaremos tablas. Vamos a reproducir en cada casilla la figura que tenemos a la izquierda por fuera del tablero, tantas veces como lo indique el número de la parte superior, o lo recíproco, lo que resulte más práctico. Así, en la casilla de la esquina superior izquierda pondremos una vez una pareja de puntos o dos veces un punto. De este modo llenamos las casillas de la primera columna de la

izquierda:

215X21

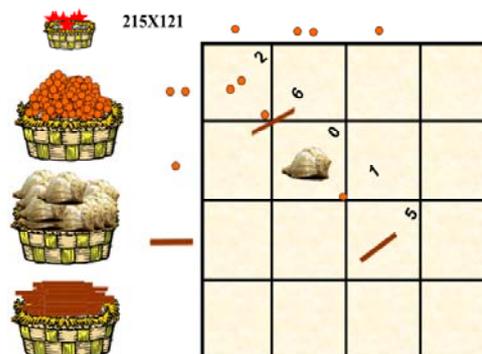
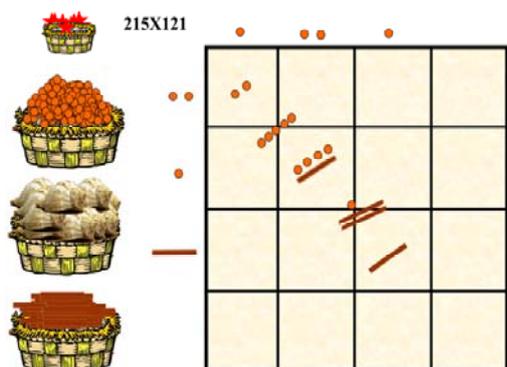
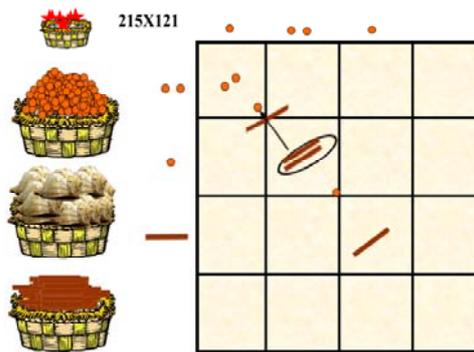
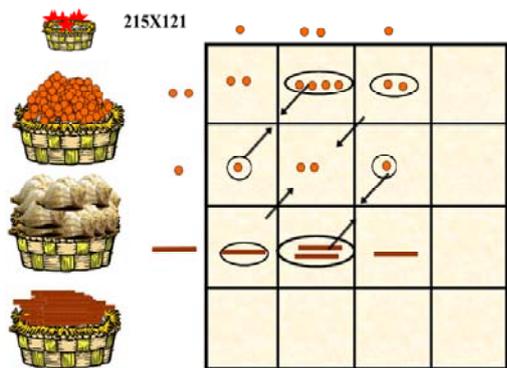
Nótese que no estaremos utilizando todo el tablero. La siguiente columna queda:

215X121

Finalmente, la tercera columna:

215X121

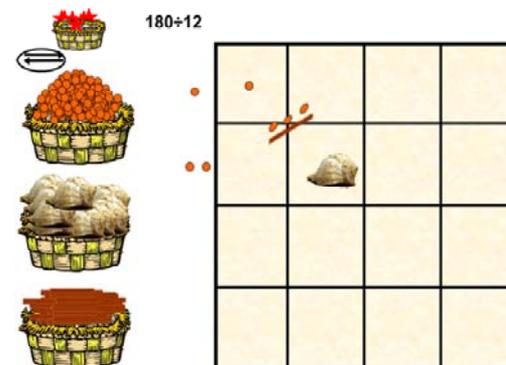
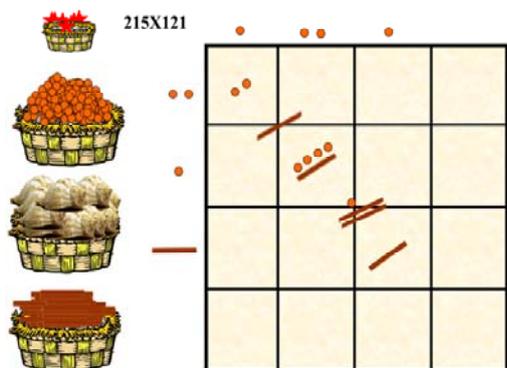
La multiplicación ha concluido prácticamente. Procedemos a realizar las sumas parciales para leer el resultado de la siguiente manera. La casilla de la esquina inferior derecha corresponde a las unidades; Agrupamos diagonalmente, como se indica a continuación. Cada diagonal corresponde a una potencia de 10. Posteriormente, usaremos las reglas de que cada cinco puntos se transforman en una raya y que cada dos rayas se convierten en un punto en el nivel inmediato superior, dejando un cero (esto es un caracol) en su lugar. Después de hacer esto, leeremos el resultado directamente.



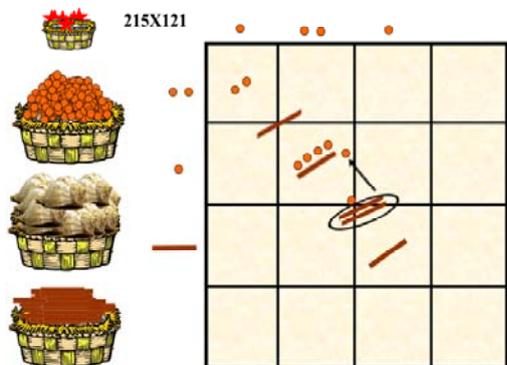
Substituimos cinco puntos por una raya:

Nótese que en la segunda casilla, de arriba hacia debajo de las segunda columna hemos dejado un caracol. Finalmente leemos el resultado: 26015.

Pasamos a la división. Esta es la operación inversa de la multiplicación y justamente así la realizaremos. El dividendo se concibe como el producto de dos números, donde uno de ellos es el divisor y el otro, desconocido es el cociente. Por tanto, el divisor se coloca en la diagonal del tablero. Colocaremos el divisor en forma vertical y por afuera del tablero. El cociente quedará en forma horizontal y por afuera del tablero. Estas posiciones pueden invertirse sin ningún problema. Consideremos el caso de $180 \div 12$:



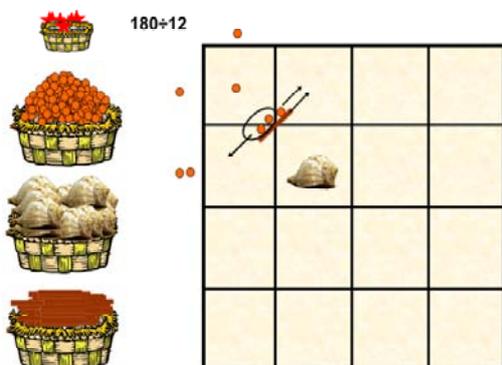
Cada par de rayas se convierten en un punto en el nivel inmediato superior:



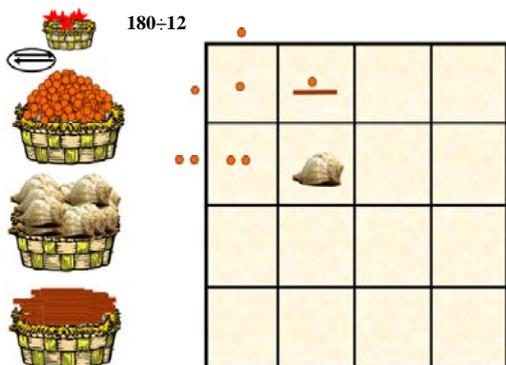
Comenzamos la división tratando de deducir qué número deberá ponerse en la parte externa, por arriba de la casilla de la esquina izquierda, para que reproduciendo la primera figura externa de la izquierda (un punto) tantas veces como el número

Aplicamos nuevamente estas reglas a cada casilla que lo requiera:

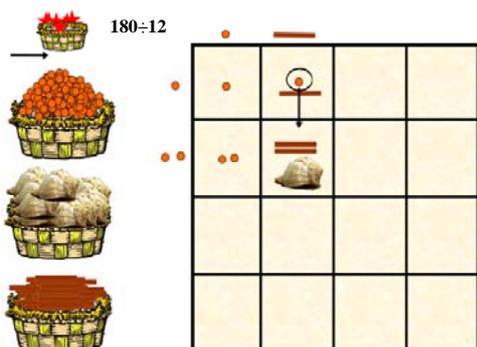
que estamos buscando, el punto de la casilla de la esquina izquierda del tablero. De este modo estamos procediendo a la inversa con respecto de la multiplicación. Tenemos que deberemos poner un punto:



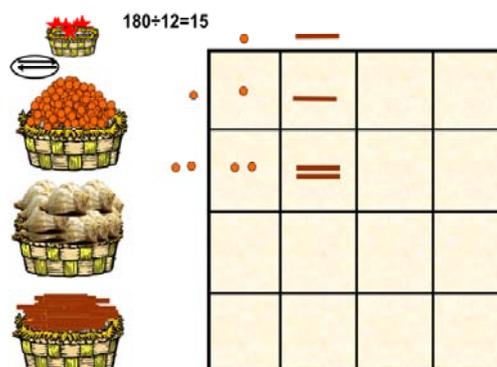
Con esto completamos la primera casilla de la primera columna. Para completar la casilla inmediata inferior de la misma columna vemos que necesitamos dos puntos. Así que tomamos esos dos puntos del número que está en la diagonal, tal como se indica en la figura anterior. Obtenemos:



Procedemos a llenar las casillas de la segunda columna. Ahora procedemos a encontrar el siguiente número del cociente que va en la parte externa del tablero por arriba de la segunda columna. Estamos tentados a poner una rayaron un punto. Pero, si así lo hiciéramos, no podríamos satisfacer el cero de la última casilla, ya que obtendríamos ahí una raya y un punto. Así que intentamos resolver con solamente una raya:

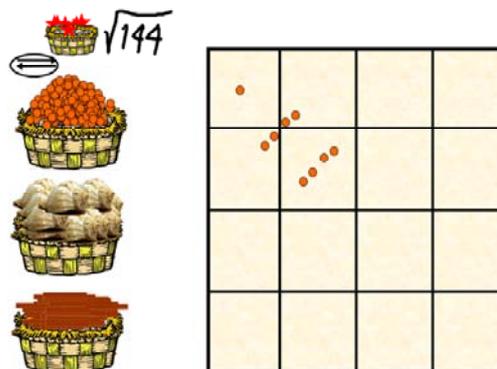


En la primera casilla de la segunda columna nos sobra un punto que bajamos a la casilla inmediata inferior como dos rayas:

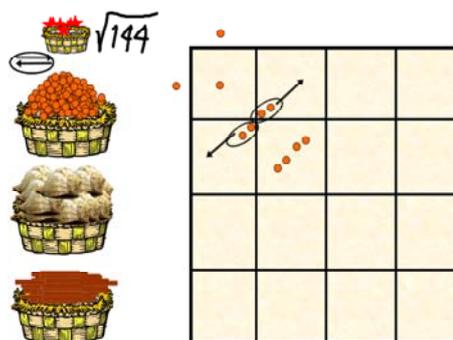


Estas dos rayas son justamente las que necesitamos en la última casilla. La división ha concluido y es exacta: $180 \div 12 = 15$.

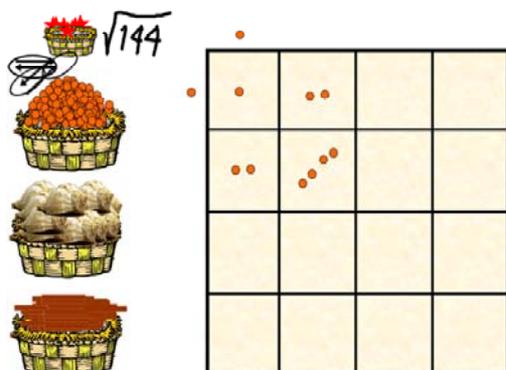
Veamos la raíz cuadrada. Vamos a entender a la raíz cuadrada como una división en donde el divisor y el cociente son desconocidos pero son iguales. Usaremos este hecho para resolverla. Consideremos la raíz cuadrada de 144. Como la estamos considerando como una división, colocamos el radicando en la diagonal de nuestro tablero:



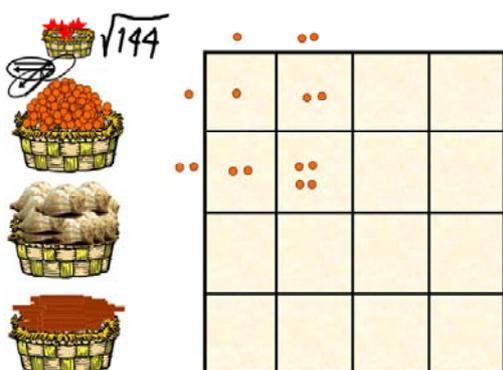
Procedemos como en el caso de la división, pero sabiendo que lo que pongamos en el cociente debe aparecer, también, en el divisor. Para tener un punto en la casilla de la esquina izquierda del tablero, deberemos tener un punto como primer número del divisor y del cociente:



Después de llenar la casilla seguimos la regla de distribuir, lo más simétricamente posible, el siguiente nivel inferior en las casillas correspondientes:



Ahora podemos intentar poner un par de puntos en la parte superior externa de la segunda columna y en la parte externa del segundo renglón del tablero:



Con esto vemos que todas las casillas quedan satisfechas y el resultado de la raíz cuadrada de 144 es 12.

BBLIOGRAFÍA

- 1.- Calderón, Héctor M. *La Ciencia Matemática de los Mayas*. Editorial Orión, 1966, México.
- 2.- Girard, Raphael. *Historia de las Civilizaciones Antiguas de América*. Vol. 1 y 3, Colegio Universitario de Ediciones Istmo, 1976, Madrid España.
- 3.- Landa Fray Diego de. *Relación de las cosas de ucatán*. Biblioteca Porrúa, No. 13. Editorial Porrúa S. A. 12ª edición, 1982, México.
- 3.- Magaña Solís Luis Fernando. *Las Matemáticas y los mayas*. Revista Ciencias, No. 19, Julio 1990, p. 19-26. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- 4.- Magaña Solís Luis Fernando. *Matemáticas mayas: Raíz cuadrada*. Memorias del coloquio Cantos de Mesoamérica, p. 251-257. Instituto de

Astronomía y Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, 1995. México.

5.- Magaña Solís Luis Fernando. *La Radice Quadrata con l'Aritmetica maya*. Memorias del Instituto Italo- Latino Americano de cultura. Calcolo Matematico Precolombiano. Atti del Convengo tenutosi il 21 ottobre 2003. Bardi Editori, 2004, Roma, Italia, p. 321-339.

6.- Morley Sylvanus, Brainerd George W. *The Ancient Maya*. Stanford University Press, 4th edition, 1983, Stanford, Cal. USA.

7.- Sánches George I. *Arithmetic in Maya*. 1961, Austin, Texas, USA.

8.- Thompson, J. Eric S. *Historia y decadencia de los Mayas*, Fondo de Cultura Económica, 3ª. Edición, 1984, México.