

Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales usando Excel; desarrollo de conocimiento sobre conceptos asociados.

César Cristóbal Escalante
Universidad de Quintana Roo
cescrist@uqroo.mx



CUDI
23 - 25 mayo 2012
Ensenada, Baja California





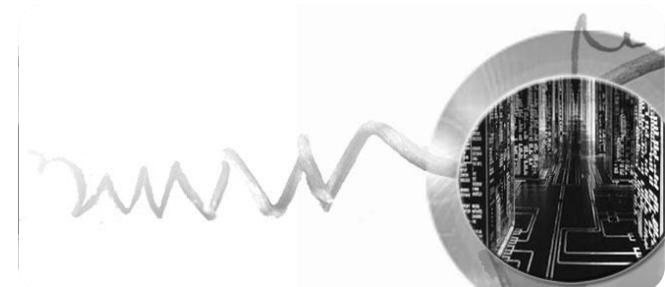
CUDI
23-25 mayo
2012

Aprender y aprender matemáticas

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Aprender es un proceso de desarrollo de sistemas conceptuales o modelos que están cambiando de manera continua durante la interacción del individuo con el medio. Involucra una serie de ciclos de comprensión donde los sistemas conceptuales van cambiando desde modelos burdos a modelos más refinados.

Aprender matemáticas: implica no solo desarrollar conocimiento sobre conceptos y sus relaciones, procesos, estrategias, sino también desarrollar habilidades, actitudes, y valores que les permiten analizar situaciones, comunicar sus ideas, desarrollar argumentos, hacer pronósticos, y usar formas de representación par comunicarlas.

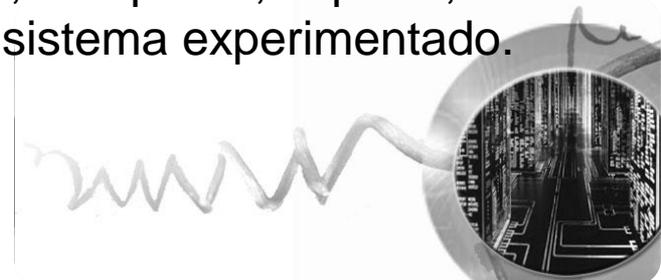


¿Qué tipo de actividades son adecuadas?

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Se ha documentado que las actividades como la resolución de problemas abiertos y el análisis de situaciones abiertas que demandan elaborar explicaciones o construir respuestas y argumentos a preguntas planteadas, esto es, elaborar **modelos**, permiten que los estudiantes mejoren su comprensión en torno a los conceptos, procesos, relaciones entre conceptos, así como desarrollen actitudes y valores hacia y sobre el conocimiento matemático y científico (Lesh, 2010)

Los modelos son sistemas que están formados por elementos, relaciones entre ellos, operaciones que describen o explican como interactúan esos elementos, y patrones o reglas que se aplican a las relaciones y operaciones anteriores., y son utilizados para describir, para pensar, interpretar, explicar, predecir el comportamiento de algún otro fenómeno o sistema experimentado. (Doerr y Tripp, 1999).





Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo
2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

En este contexto se han utilizado situaciones que demandan elaborar mezclas de alimentos. Los valores nutrimentales de los ingredientes se conocen. Un ejemplo de ello es la elaboración de granola:

La granola es un producto alimenticio elaborado con semillas, frutos secos y miel. Puede ser un alimento muy nutritivo, de mucho uso entre personas con régimen alimenticio vegetariano, o que tratan de llevar una dieta balanceada. En algunos casos, considerando ciertas situaciones, los valores nutrimentales de la granola deben ser restringidos, pues una dieta que tiene altas o bajas cantidades de algún nutriente puede traer consecuencias en la salud de la persona que los consume.

Una persona desea elaborar y vender granola. Para ampliar su mercado desea atender las necesidades de personas con ciertas dietas.

¿Qué procedimiento debe seguir para elaborar y comercializar su producto?





Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo
2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Producto	Costo en pesos de un Kg	Kcal por Kg	grs de proteínas por Kg	grs de grasa por kg	Grs de carbohidratos por kg	mgs de calcio por kg	mgs de hierro por kg	mgs de zinc por kg	UI de vit A por kg	mgs de vit B por kg	mgs de vit c por kg
Avena	60	3890	168.9	6.9	662.7	540	47.2	39.7	0	01.19	0
Ajonjolí	100	5650	169.6	48	257.4	9890	147.6	71.6	90	8	0
uva pasa	120	2960	25.2	0.54	780	280	26	2	0	2	54
almendras	85	5780	212.6	50.64	197.4	2480	43	33.6	50	1310	0
cacahuete	35	5940	173	51.45	253.5	700	37	38	50	2.96	4
ciruela pasa	76	1130	12.3	0.24	297	240	117	2.5	5230	2	0
coco rayado	32	3540	33.3	33.49	152.3	140	24.3	11	0	5.4	33
fresa seca	135	690	05.8	0.6	173.6	210	02.2	0	900	0	370
manzana seca	86	670	01.8	0.43	168.4	40	02.4	0.5	560	0.44	



CUDI
23-25 mayo
2012

Elaboración de mezclas y SEL

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Se debe inducir a los estudiantes a plantear preguntas en torno a la situación y buscar su respuesta. Esto lleva a analizar conceptos relacionados con la producción y comercialización de este producto.

¿Qué debe hacer para obtener ganancias?

¿Cómo puede determinar las ganancias al vender su producto?

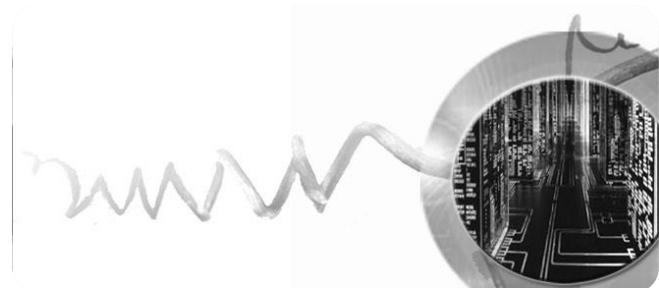
¿Cómo puede elaborar un producto competitivo en el mercado?

¿A que precio debe ponerlo en el mercado?

¿Cuánto le cuesta producirlo?

¿Qué cantidad de cada ingrediente debe utilizar?

¿Qué características tiene la mezcla obtenida?





CUDI
23-25 mayo
2012

Elaboración de mezclas y SEL

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

La solución de un problema de este tipo puede obtenerse utilizando funciones y ecuaciones lineales con varias variables e incógnitas. Las funciones de varias variables se utilizan al obtener el costo de la mezcla, la cantidad de calorías, de grasas, de proteínas, de calcio, de hierro, etc. Son funciones del tipo:

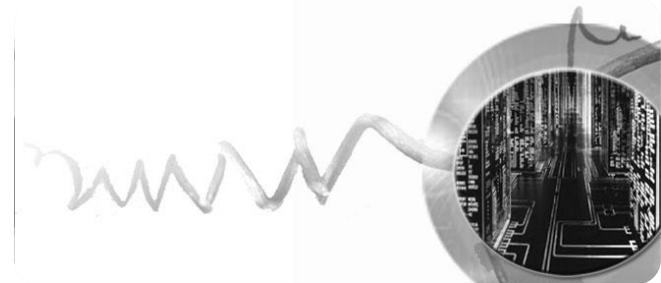
$$\text{Costo}(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

donde c_i representa el costo por kg del ingrediente i , y x_i la cantidad del ingrediente i utilizado en la mezcla

$$\text{Calorías}(x_1, x_2, \dots, x_n) = k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_nx_n$$

donde k_i representa la cantidad de calorías que contiene un kg del ingrediente i , y x_i la cantidad de ingrediente i utilizado en la mezcla.

De igual forma son las funciones que proporcionan la cantidad de proteínas, de calcio, de hierro, de vitamina A, etc., presentes en la mezcla.





CUDI
23-25 mayo
2012

Elaboración de mezclas y SEL

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Así si tenemos k características (costo, vitaminas, etc) tendremos k ecuaciones lineales. (podemos considera entre esas k características la ecuación asociada con el hecho de que la suma de las cantidades de cada ingrediente es igual a 1 kilogramo) tendremos un sistema de k ecuaciones con n incógnitas:

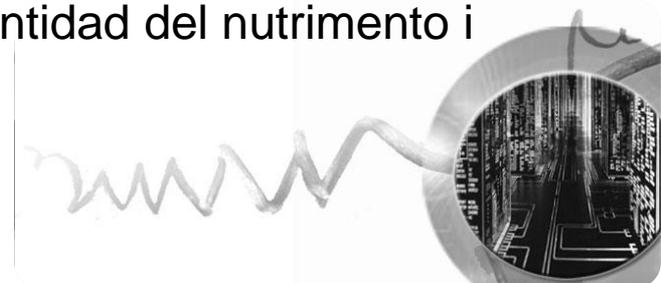
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

....

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n = b_k$$

Donde los a_{ij} representan la cantidad del nutrimento i en el ingrediente j , x_i la cantidad en kilogramos del ingrediente i , y b_i la cantidad del nutrimento i en la mezcla





Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo 2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Portapapeles	Fuente	Alineación	Número										
K9	f_x	= \$A\$6*A9+\$B\$6*B9+\$C\$6*C9+\$D\$6*D9+\$E\$6*E9+\$F\$6*F9-											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
5	AVENA	AJONJOLÍ	UVA PASA	ALMENDRAS	CACAHUATES	CIRUELA PASA	COCO RAYADO	FRESA SECA	MANZANA SECA	KG EN LA MEZCLA	KCAL EN LA MEZC	KCAL POR KG DE PRODUCTO	
6	3890	5650	2960	5780	5940	1130	3540	690	670				
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	30250	3361.11111	
8	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	4.5	15125	3361.11111	
9	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	1.8	6050	3361.11111	
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	18	60500	3361.11111	
11	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.9	3025	3361.11111	
12	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.009	30.25	3361.11111	
13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	9000	30250000	3361.11111	
14	0.053	0.077	0.04	0.079	0.081	0.015	0.048	0.009	0.009	0.411	1896.49	4614.3309	
15	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	1	3092	3092	
16													
17													
18													



Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo 2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
	Se quiere una granola que tenga 3890 calorías por cada Kg													
		AVENA	AJONJOLI	UVA PASA	ALMENDRAS	CACAHUATES	CIRUELA PASA	COCO RAYADO	FRESA SECA	MANZANA SECA	cantidad de	cantidad de kcal	cantidad de kcal en un kilogramo	
calorías por Kg	3890	5650	2960	5780	5940	1130	3540	690	670					
cantidad de ca	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	30250	3361.11111	
	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	17070	3414	
	1	0.5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	3.25	11892.5	3659.23077	
	1	0.5	0.25	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	2.5	9673.75	3869.5	
	1	0.25	0.25	0.125	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	1.9375	7513.125	3877.74194	
	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	2.1875	8925.625	4080.28571	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	30250	3361.11111	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	30250	3361.11111	

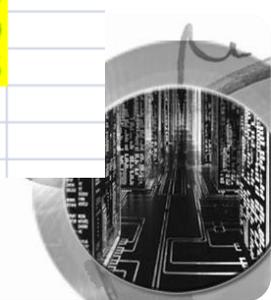


Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo 2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

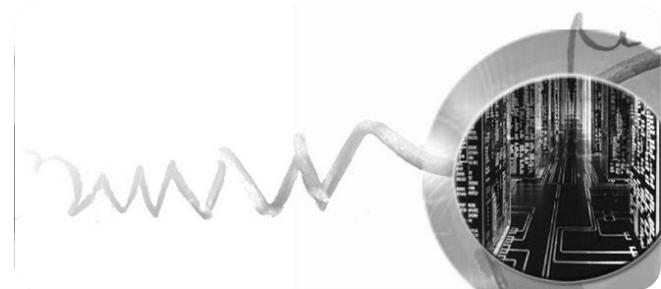
Fuente											Ampliación		Número		Estilos		Celdas	
fx											=C16*\$C\$6+D16*\$D\$6+E16*\$E\$6+F16*\$F\$6+G16*\$G\$6+H16*\$H\$6+I16*\$I\$6+J16*\$J\$6+K16*\$K\$6							
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O					
Se quiere una granola que tenga 5950 calorías por cada Kg																		
	AVENA	AJONJOLI	UVA PASA	ALMENDRAS	CACAHUATES	CIRUELA PASA	COCO RAYADO	FRESA SECA	MANZANA SECA	cantidad de	cantidad de kcal	cantidad de kcal en un kilogramo						
calorías por Kg	3890	5650	2960	5780	5940	1130	3540	690	670									
cantidad de ca	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	30250	3361.11111						
	1	2	1	1	1	1	1	1	1	10	35900	3590						
	2	2	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	5.75	24257.5	4218.69565						
	0.5	2	0.25	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	3.5	16203.75	4629.64286						
	0.25	1	0.25	0.125	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	1.9375	8833.125	4559.03226						
	0.25	1	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	1.6875	7916.875	4691.48148						
	0.01	1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	1.08	5896	5459.25926						
	0.001	1	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	1.008	5674.6	5629.56349						
	0.0001	1	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	1.0008	5652.46	5647.94165						



Funciones de varias variables y ecuaciones lineales

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$





Elaboración de mezclas y SEL

CUDI
23-25 mayo
2012

Reunión Primavera 2012 | Ensenada, Baja California

Al analizar cada ecuación permite a los estudiantes desarrollar conocimientos sobre las funciones de varias variables y sobre las ecuaciones lineales:

Se observan aspectos del dominio y el rango de la función de vv

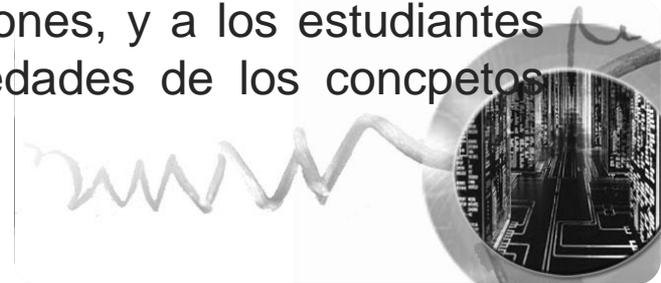
¿Qué valores puede tomar la función?

¿Qué valores pueden tomar las variables?

Sobre el concepto de solución y del conjunto de soluciones de una ecuación.

La hoja de cálculo permite la realización de cálculos, obteniendo una gran cantidad de secuencias que permitirán a los estudiantes elaborar y verificar conjeturas.

Permitirán al instructor apoyarse en estos procedimientos para impulsar a los estudiantes a realizar generalizaciones y formalizaciones, y a los estudiantes darles sentido a los teoremas que enuncian propiedades de los conceptos abordados.



Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues and conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16-48.

Doerr, H. M. and Tripp, J. S. (1999). Understanding how students develop mathematical models. *Mathematical thinking and learning*. V.1(3) pp. 231-254.

