Comprensión conceptual y el uso de tecnología

César Cristóbal Escalante
Verónica Vargas Alejo
Universidad de Quintana Roo
Julio 2013

¿Qué significa tener conocimiento de un concepto?

- ¿Conocer su definición?
- ¿Conocer sus relaciones con otros conceptos?
- ¿Poder estimar o calcular su «valor»?

¿Conocer es igual que entender?

- ¿Qué significa conocer un concepto?
- ¿Qué significa conocer algo?
- ¿Qué significa entender un concepto?
- ¿Qué significa entender algo?
- ¿Conozco algo entonces lo entiendo?

- Los conceptos no pueden considerarse en forma aislada del conjunto de conceptos, hechos y procedimientos en razón de los cuales tienen su significado y que constituyen lo que se denomina su «entorno natural».

Greeno, J. G. (1991) Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal For Research on Mathematics Education*, 22, 3, pp. 170-218.

- Es imposible hablar de «entender» un concepto sin conocer y entender su ambiente o dominio conceptual.
- Implica conocer los recursos del dominio conceptual y elegirlos adecuadamente para entender y razonar sobre otros conceptos.

Greeno, J. G. (1991) Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal For Research on Mathematics Education*, 22, 3, pp. 170-218

Real Academia Española:
conocer :
1.tr. Tener idea o captar por medio de las facultades intelectuales la naturaleza, cualidades y circunstancias de las personas o las cosas: no conozco esa ciudad.

2.Reconocer, percibir una cosa o una persona como distinta de todo lo demás:
conocer a alguien por su manera de hablar.

3.Saber, entender: conozco bastante bien la literatura de esa época.

4.Tener trato y comunicación con alguien: le conozco desde hace tiempo. También prnl.:
se conocieron en una conferencia.

5.Sentir o experimentar: nunca conoció el verdadero amor.

6.Juzgar adecuadamente a alguien: no le conozco bien. También prnl.:
cada día te conozco menos.

♦ Irreg. Se conj. como agradecer.

- Conocer implica identificar características ***relevantes*** de un concepto y de su relación con otros conceptos.
- Entender el concepto implica determinar las razones por las cuales ese concepto tiene esas características y esas relaciones con otros conceptos.

Sierpinska, A. (1994). Understanding in mathematics. The Falmer Press. London.

El desarrollo conceptual es un proceso gradual y contextualizado. Las primeras etapas del desarrollo del conocimiento de los estudiantes tienden a organizarse alrededor de las experiencias más que alrededor de las abstracciones. Esto es, dos ideas se consideran relacionadas, no por que están lógicamente conectadas, sino porque ellas se han utilizado conjuntamente en alguna experiencia de solución de problemas.

El conocimiento se desarrolla a lo largo de una variedad de dimensiones: concreto – abstracto, simple – complejo, situado – descontextualizado, específico – general, interno – externo, intuitivo – formal, estable – inestable.

Lesh, R. and Doerr, H. M. (Eds.) (2003). Beyond Constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, NJ.

Problema:

- Los responsables de Flora y Fauna de una región del Estado de Tamaulipas han detectado una especie de aves en peligro de extinción. Han observado que su población ha estado disminuyendo en los últimos años a una tasa del 5% de la población al inicio de cada año. Para contrarrestar esta tendencia ellos proponen reproducir en granjas una cierta cantidad de individuos y anualmente incorporar 50 ejemplares. Al iniciar el programa la población de las aves era de 1789 ejemplares.

Analice la viabilidad del programa.

Representemos por t el número de años transcurridos desde el inicio de programa. Designemos por P(t) al número de aves existente t años después de iniciar el programa.

Así podemos determinar que:

P(0) = 1789

P(1) = 1789- 1789(0.05)+50 = 1789(1-0.05)+50= 1789(0.95) + 50 =1749.55

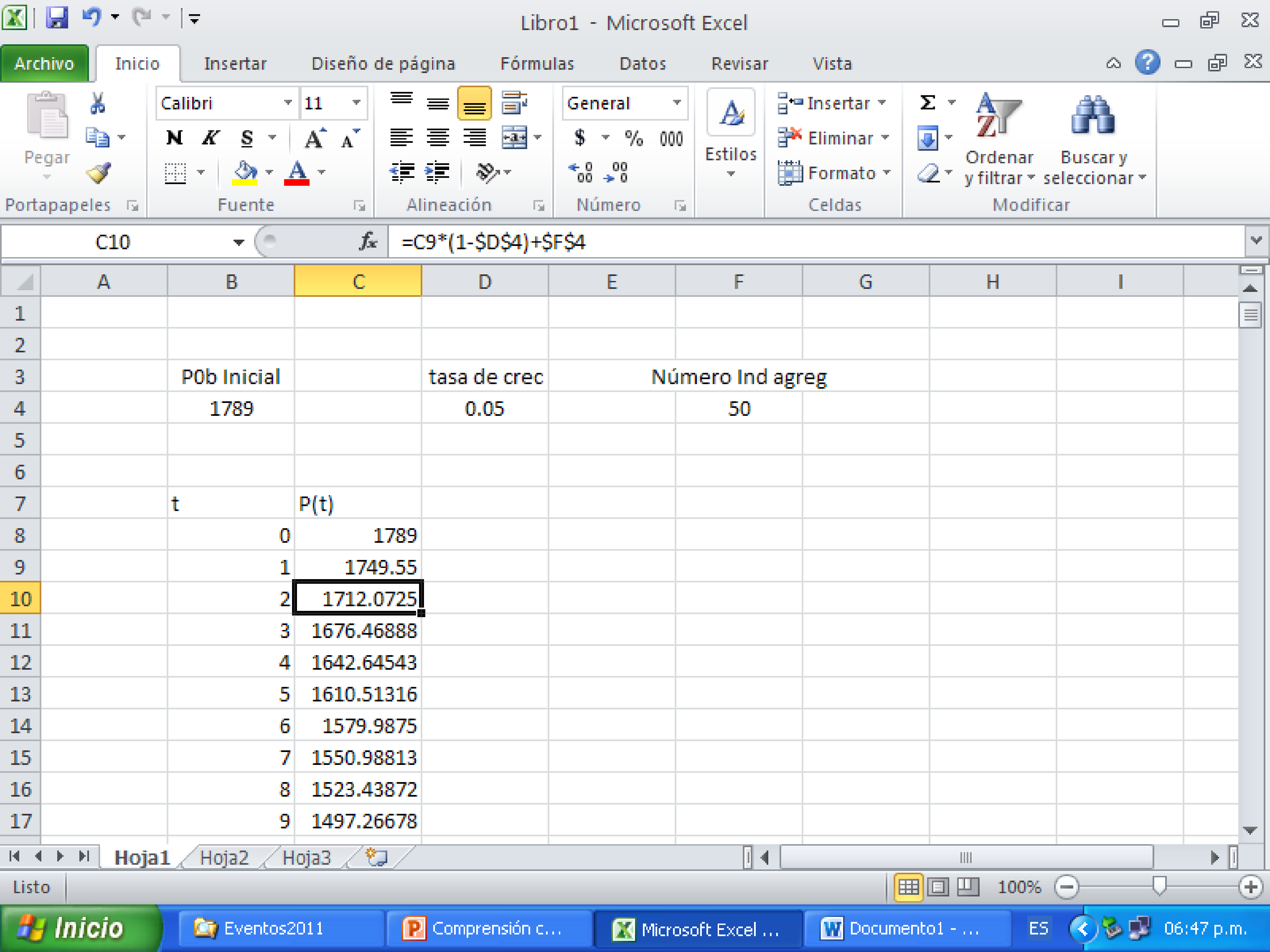
P(2)= 1749.55(1-0.05)+50= 1749.55(0.95) +50= 1712.0725

P(3)= 1712.0725(0.95) + 50= 1676.4688   y otros más

Así podemos elaborar una tabla como la siguiente:

t	P(t)
0	1789
1	1749.55
2	1712.0725
3	1676.4688

Se observa que la población decrece en estos cálculos.



C10 =C9*(1-$D$4)+$F$4

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		P0b Inicial		tasa de crec		Número Ind agreg
4		1789		0.05		50
5						
6						
7		t	P(t)			
8		0	1789			
9		1	1749.55			
10		2	1712.0725			
11		3	1676.46888			
12		4	1642.64543			
13		5	1610.51316			
14		6	1579.9875			
15		7	1550.98813			
16		8	1523.43872			
17		9	1497.26678			

A14

	A	B	C	D
7		t	P(t)	
8		0	1789	
9		1	1749.55	
10		2	1712.0725	
11		3	1676.46888	
12		4	1642.64543	
13		5	1610.51316	
220		212	1000.01494	
221		213	1000.0142	
222		214	1000.01349	
223		215	1000.01281	

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número

C220 f_x =C219*(1-$D$4)+$F$4

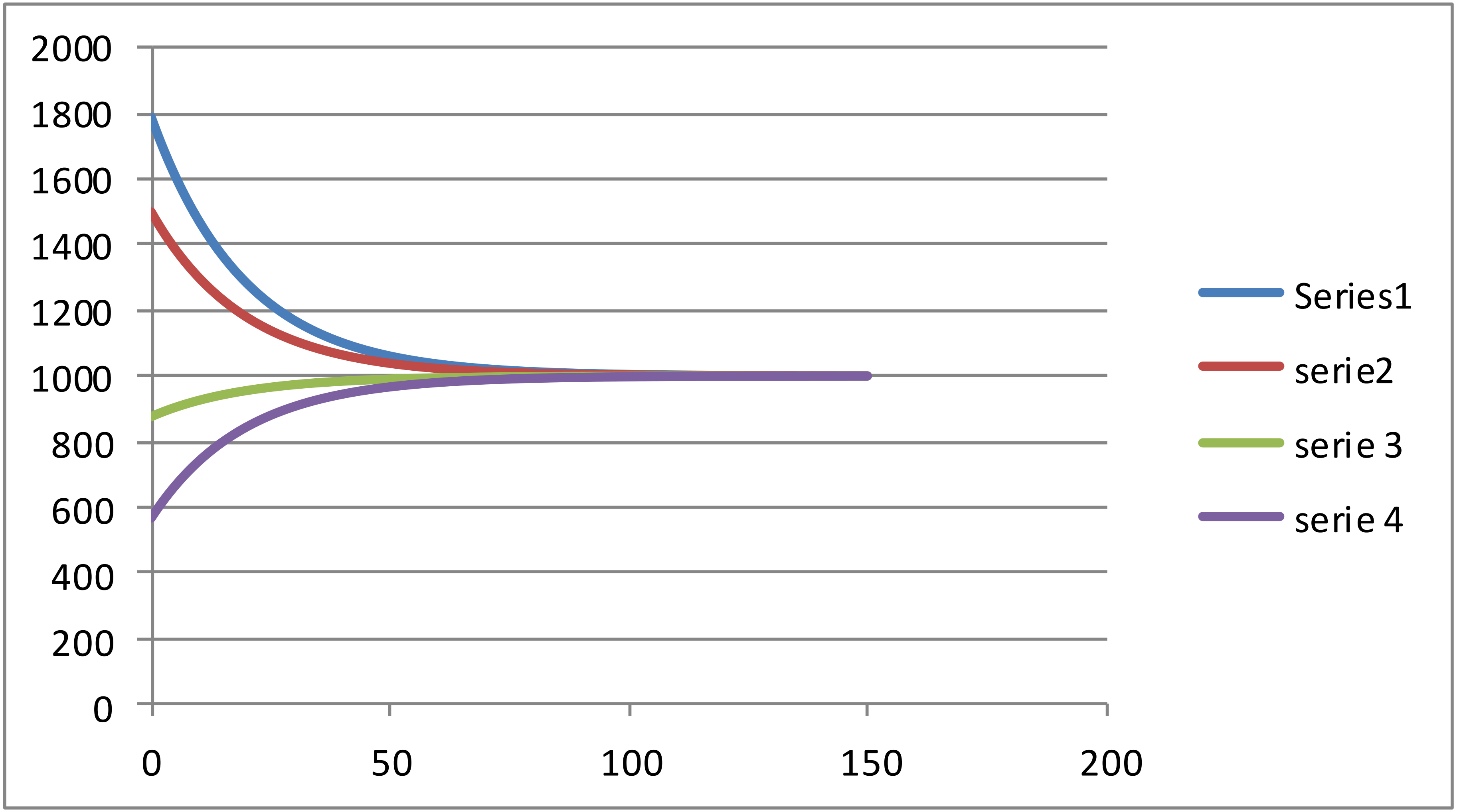
	A	B	C	D	E	F
4		567		0.05		50
5						
6						
7		t	P(t)			
8		0	567			
9		1	588.65			
10		2	609.2175			
11		3	628.756625			
12		4	647.318794			
13		5	664.952854			
220		212	999.991799			
221		213	999.992209			
222		214	999.992598			
223		215	999.992968			
224		216	999.99332			
225		217	999.993654			
226		218	999.993971			

Hoja1 | Hoja1 (2) | **Hoja1 (3)** | Hoja2 | Hoja3

Portapapeles | Fuente | Alineación | Número | Celdas

C10 f_x =C9*(1-$D$4)+$F$4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		P0b Inicial		tasa de crec		Número Ind agreg		
4		1000		0.05		50		
5								
6								
7		t	P(t)					
8		0	1000					
9		1	1000					
10		2	1000					
11		3	1000					
12		4	1000					
13		5	1000					
220		212	1000					
221		213	1000					
222		214	1000					


2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
50
100
150
200
Series1
serie2
serie 3
serie 4

¿Por qué se comportan de esta forma?

En los ejemplos anteriores solo se cambió la población inicial. Qué sucede si cambiamos los valores de la tasa de crecimiento y los de la cantidad que se introduce.

También se pueden modificar los supuestos iniciales ¿Cuáles fueron?

¿Qué otras suposiciones iniciales podemos considerar?

Elaborar el proceso para obtener la expresión algebraica de la función, requiere analizar la situación de manera general. Si representamos con P a población inicial, con r a la razón de decrecimiento, y con N el número de individuos que se adicionan cada año, y con P(t) la población en la región t años después de iniciado el programa, entonces:

$$P(0) = P$$

$$P(1) = P(0) - P(0)r + N = P(0)[1-r] + N = P[1-r] + N$$

$$\mathrm{Re}\,\mathit{cursividad}$$

$$P(2) = P(1)[1-r] + N = [P[1-r] + N][1-r] + N = P(1-r)^2 + N(1-r) + N =$$

$$= P(1-r)^2 + N[1 + (1-r)]$$

$$P(3) = P(2)[1-r] + N = [P(1-r)^2 + N[1+(1-r)]][1-r] + N =$$

$$= P(1-r)^3 + N[1 + (1-r) + (1-r)^2]$$

$$\mathit{Generalizando}$$

$$P(k) == P(1-r)^k + N[1 + (1-r) + (1-r)^2 + \ldots + (1-r)^{k-1}] = P(1-r)^k + N\left[\frac{1-(1-r)^k}{r}\right]$$

$$P(k) = P(1-r)^k + N\left[\frac{1-(1-r)^k}{r}\right]$$

Esta expresion nos proporciona los valores de la población conforme pasa el tiempo. Nos permite responder **cualquier pregunta** sobre esta situación con los supuestos asumidos.

El dominio de esta expresión para representar la población de aves en ese contexto supone que t toma valores de 0 a ∞, aunque uno se preguntaría el significado de un tiempo infinito.

Pero analizando la expresión podemos preguntarnos qué sucede si t es muy grande.

Podemos observar que sucede con el valor que toma la expresión: $P(1-r)^k$ cuando k es muy grande.

Y también que sucede con la expresión cuando k es muy grande$N\left(\frac{1-(1-r)^k}{r}\right)$

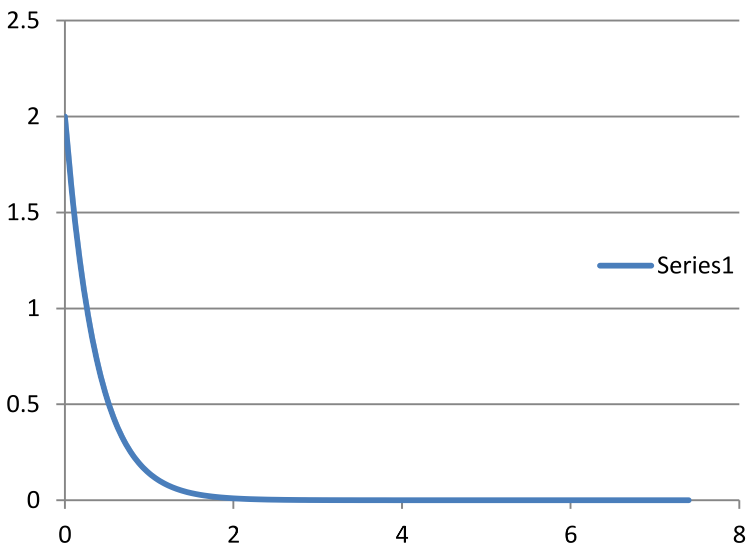
Podemos volver a usar Excel para explorar estas funciones.

$$P(k) = P(1-r)^k$$

$$F(k) = N\left(\frac{1-(1-r)^k}{r}\right)$$

- Sumar dos funciones
- Analizar la suma de dos funciones

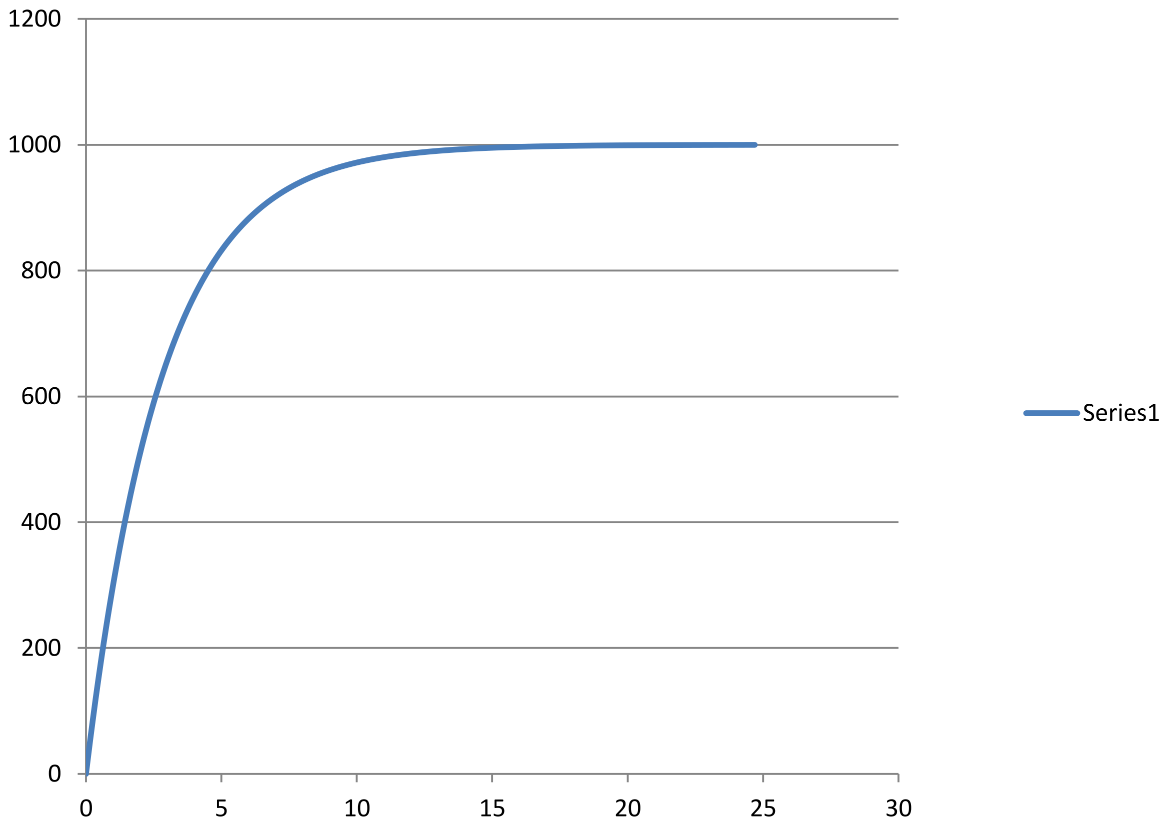
x	F(x)
0	2
0.1	1.53299169
0.2	1.17503176
0.3	0.90065696
0.4	0.69034981
0.5	0.52915026
0.6	0.40559148
0.7	0.31088418
0.8	0.23829143
0.9	0.18264939
1	0.14
1.1	0.10730942
1.2	0.08225222
1.3	0.06304599
1.4	0.04832449
1.5	0.03704052
1.6	0.0283914
1.7	0.02176189
1.8	0.0166804
1.9	0.01278546
2	0.0098
2.1	0.00751166
2.2	0.00575766
2.3	0.00441322
2.4	0.00338271
2.5	0.00259284
2.6	0.0019874
2.7	0.00152333
2.8	0.00116763
2.9	0.00089498
3	0.000686



$F(x) = 1000(1 - (0.7)^x)$

0.1

x	F(x)
0	0
0.1	35.0389049
0.2	68.8500849
0.3	101.476558
0.4	132.959836
0.5	163.339973
0.6	192.655625
0.7	220.944087
0.8	248.241353
0.9	274.582153
1	300
1.1	324.527233
1.2	348.195059
1.3	371.033591
1.4	393.071885
1.5	414.337981
1.6	434.858937
1.7	454.660861
1.8	473.768947
1.9	492.207507
2	510
2.1	527.169063
2.2	543.736542
2.3	559.723514
2.4	575.150319
2.5	590.036587
2.6	604.401256
2.7	618.262603
2.8	631.638263
2.9	644.545255
3	657
3.1	669.018344
18	998.371586
18.1	998.428644
18.2	998.483703
18.3	998.536832
18.4	998.5881
18.5	998.637571
18.6	998.685309
18.7	998.731375
18.8	998.775826
18.9	998.81872
19	998.86011



- La versatilidad de los diferentes programas y recursos tecnológicos permite desarrollar modelos y actividades en ambientes tecnológicos para propiciar que los estudiantes analicen, describan, pronostiquen, expliquen, comuniquen, planteando y respondiendo preguntas, etc., que los llevan a incrementar su conocimiento y comprensión de los conceptos, teorías y procesos matemáticos (y no matemáticos).

¡Gracias!