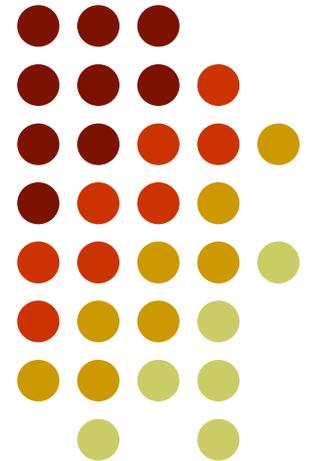


Modelación de sistemas complejos usando autómatas celulares

G. Téllez-Castillo

gtellez@cic.ipn.mx

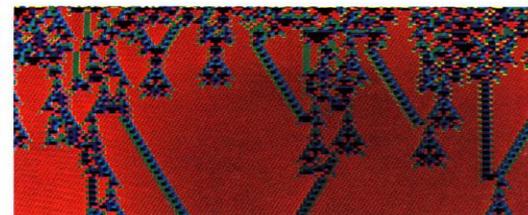
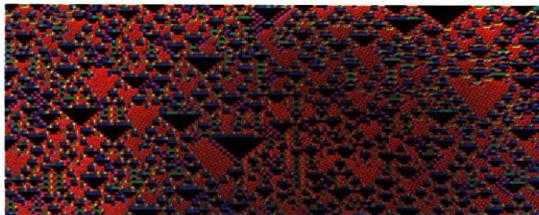
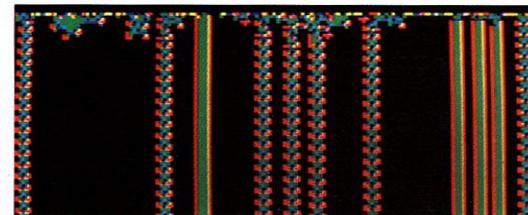
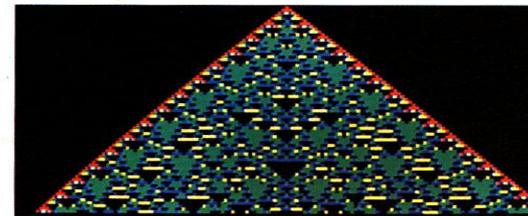
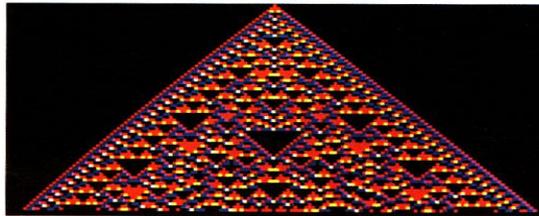
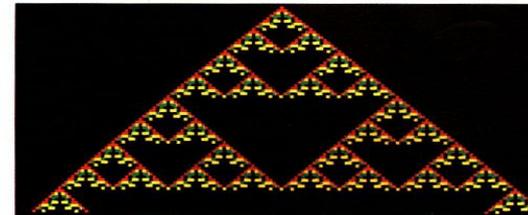
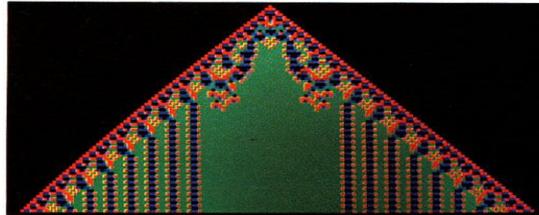
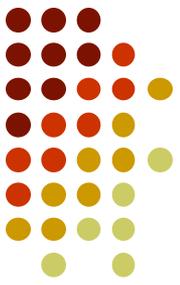
CIC-IPN

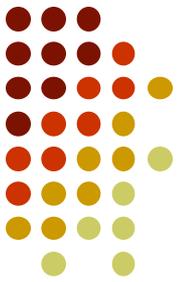


Marzo 27 de 2012

Autómatas Celulares

Abstract



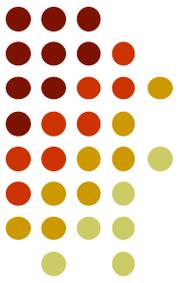


Indice

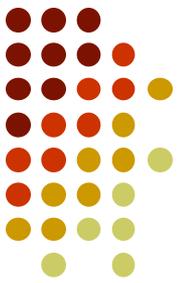
- I. AC-componentes.**
- II. AC-Historia breve.**
- III. AC-Aplicaciones.**
- IV. AC-en diferentes contextos.**

Introducción

AC

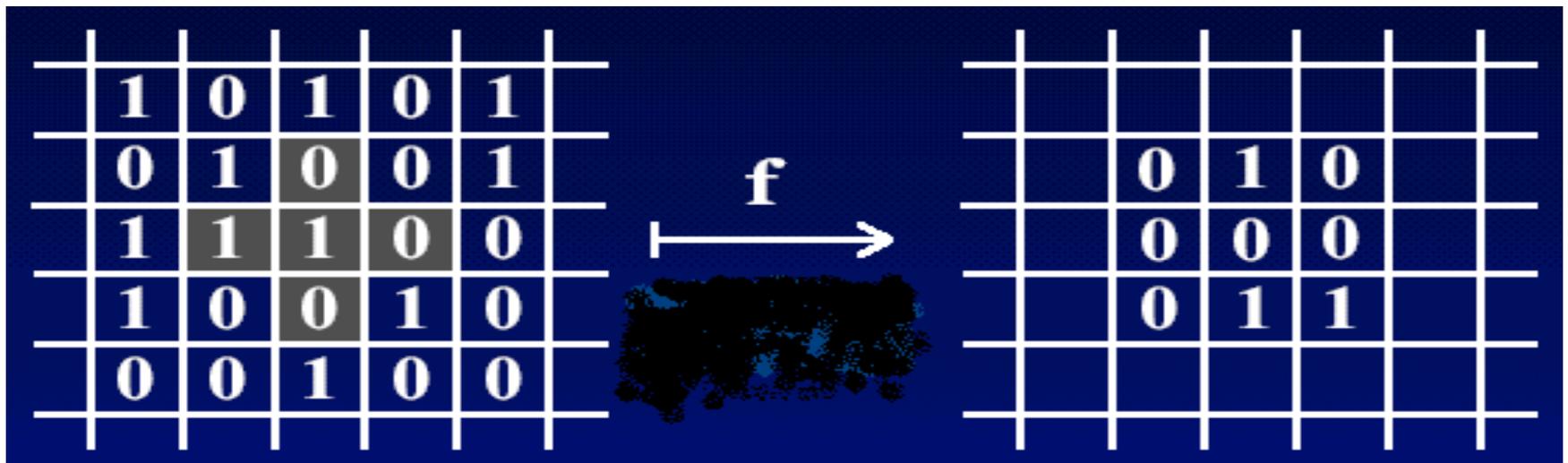


- Es un sistema dinámico discreto.
- Es herramienta para modelar sistemas naturales tq:
 - tiene componentes idénticas y
 - componentes interactúan localmente unos con otros.

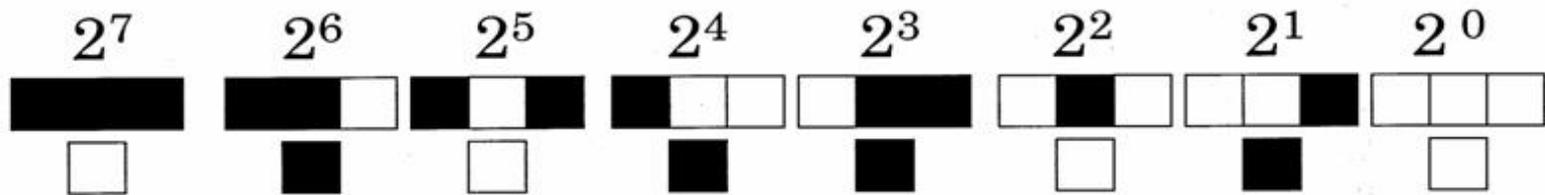
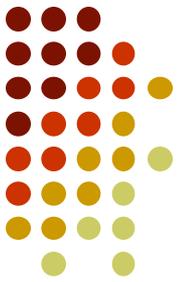


I. Un AC esta compuesto de...

- Una Lattice Z^d de células
- Un conjunto finito A de estados
- Un conjunto N , llamado la vecindad, $N \subset Z^d$
- Una función local $f: A^{|N|} \rightarrow A$ que actualiza los valores de las células

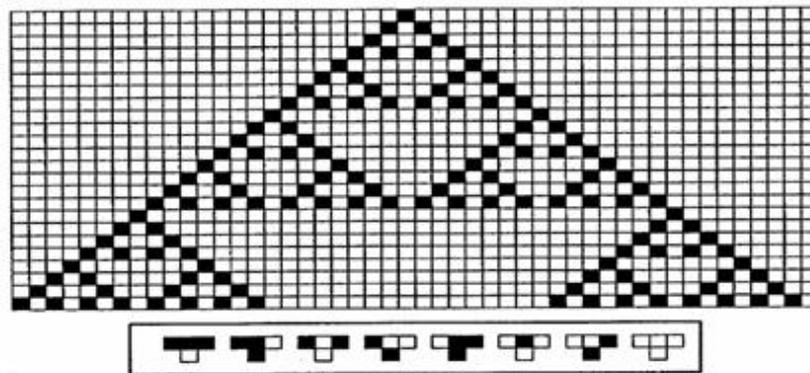


Regla 90

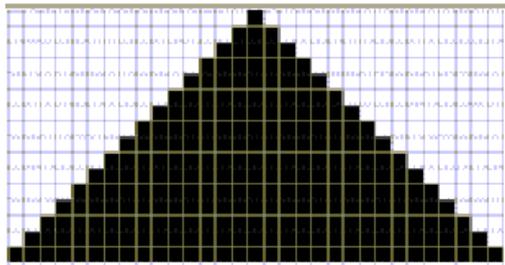
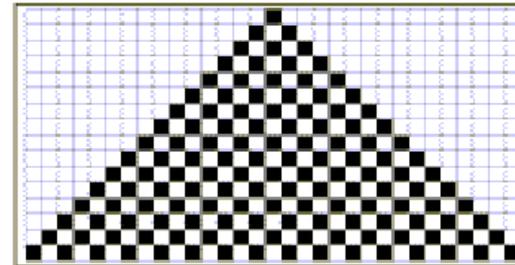
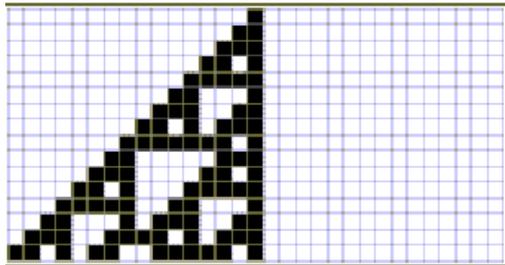
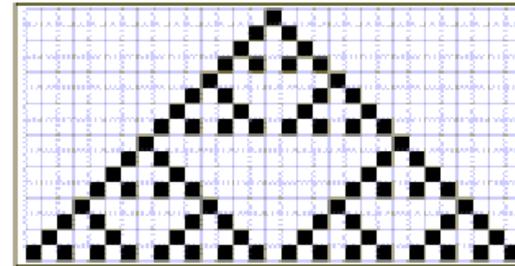
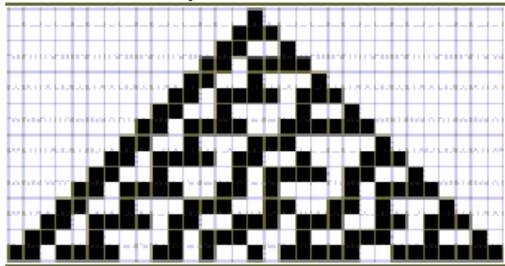
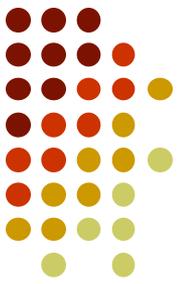


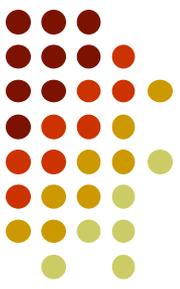
$$2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 90$$

RULE 90



Reglas: 30_{11} , 90_{12} , 110_{21} , 250_{22} , 254_{31}





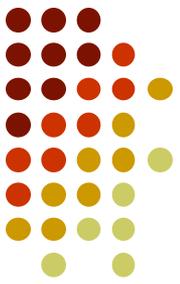
Función Global

La regla local f es aplicada sincrónicamente a todas las células y genera una función global

$$F : A^{\mathbb{Z}^d} \rightarrow A^{\mathbb{Z}^d}$$

$$A^{\mathbb{Z}^d}$$

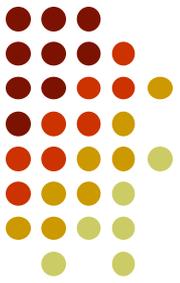
es el conjunto de todas las configuraciones de la lattice



II. Breve historia AC

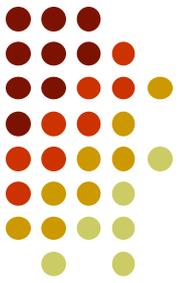
- 1950. John von Neumann
- 1969. Gustav Arnold Hedlund
- 1970. John Horton Conway
- 1983. Stephen Wolfram
- 1990-2000 Resultados sobre aspectos matemáticos y computacionales de los AC

John von Neumann (1903-1957)

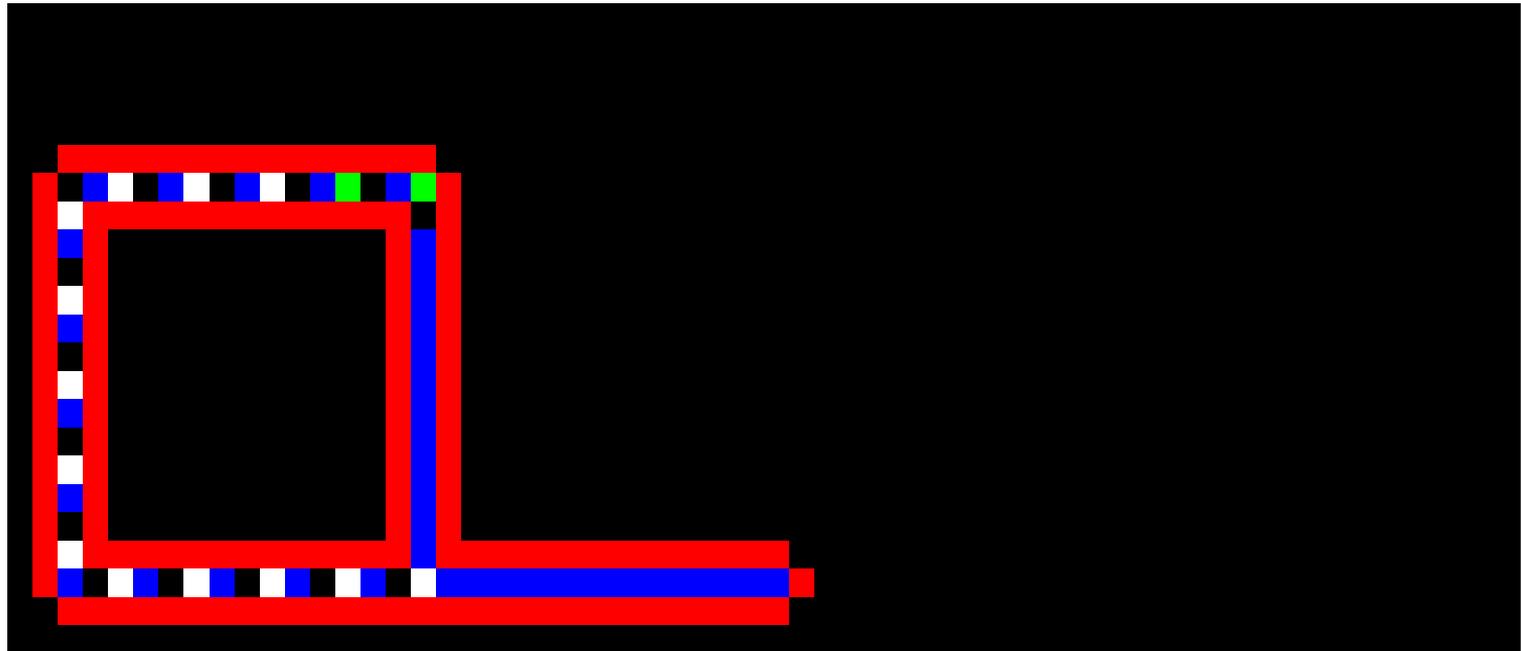


- Conexiones entre la biología y la teoría de autómatas.
- ¿Qué tipo de organización lógica es suficiente para que un **autómata** sea **capaz de auto-reproducirse**?
- El concepto original de AC es acreditado a Ulam
- El desarrollo inicial del concepto AC es acreditado a von Neumann.

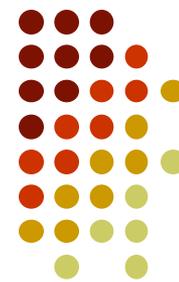
Primer logro



AC auto-reproductor

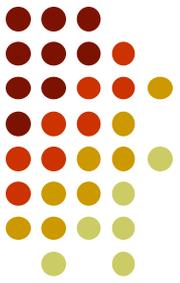


Gustav Arnold Hedlund (1904-1993)



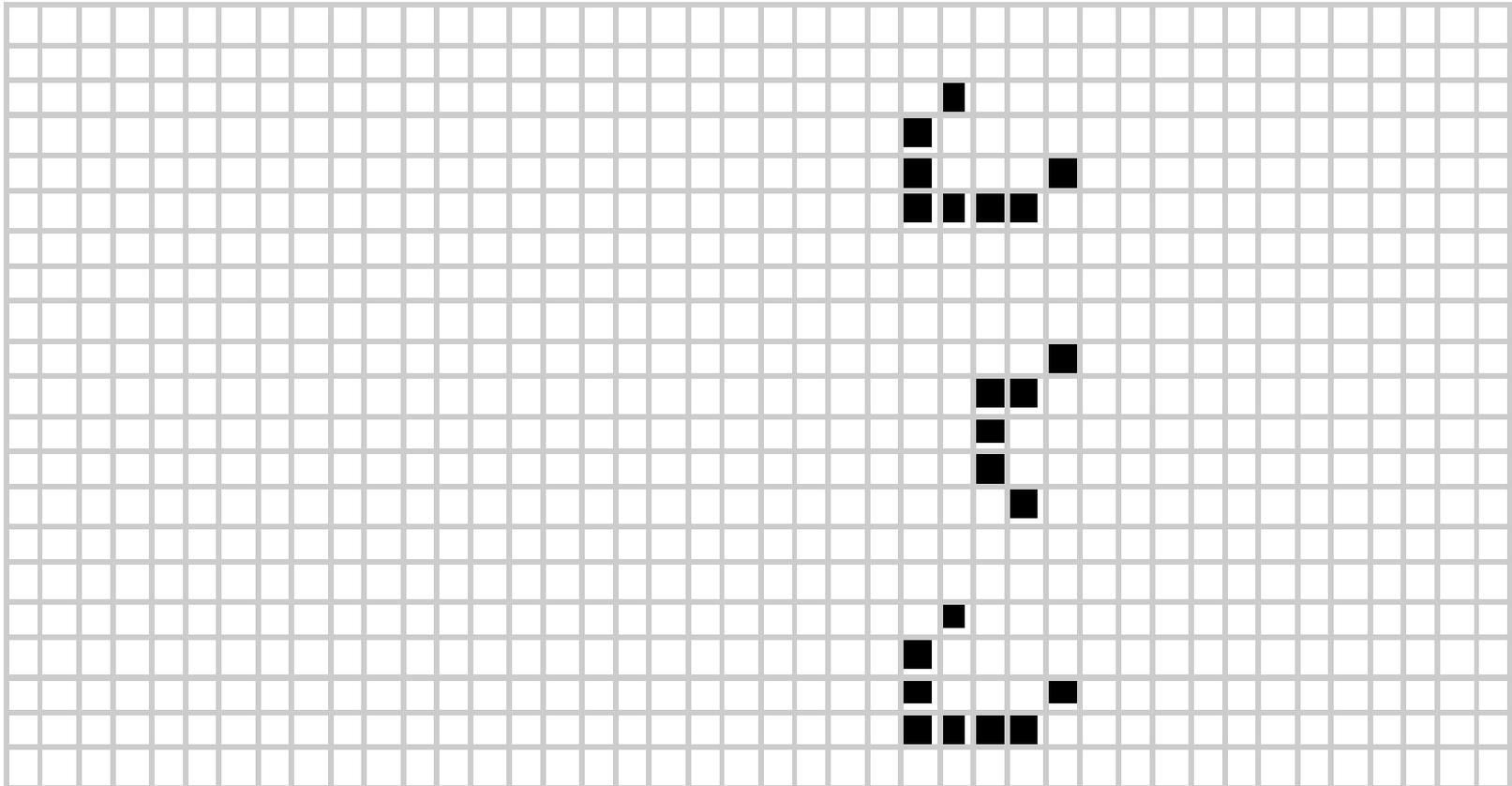
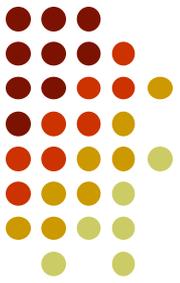
- Agencia Nacional de Seguridad
- Investigación:
Funciones continuas de secuencias de símbolos en dinámica simbólica.
- Las funciones de este tipo son **ACL**
- Publica en 1969:
Endomorphisms and automorphisms of the shift dynamical systems

John Horton Conway's (1937-)

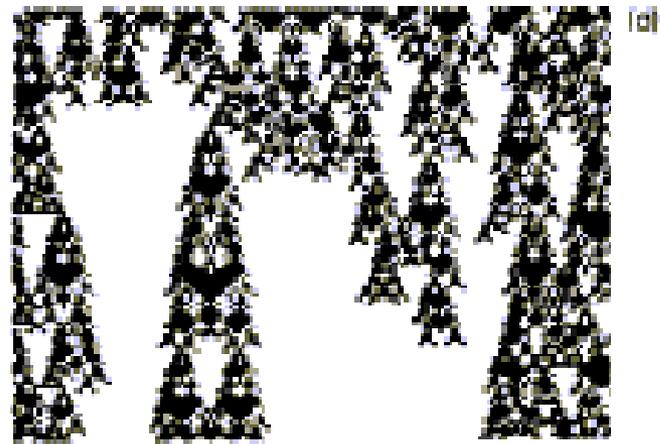
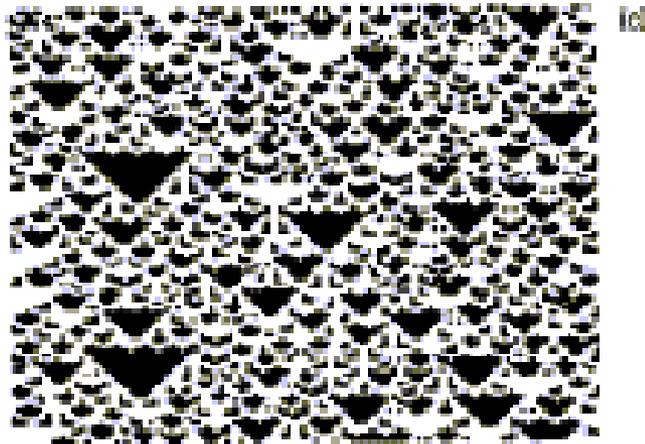
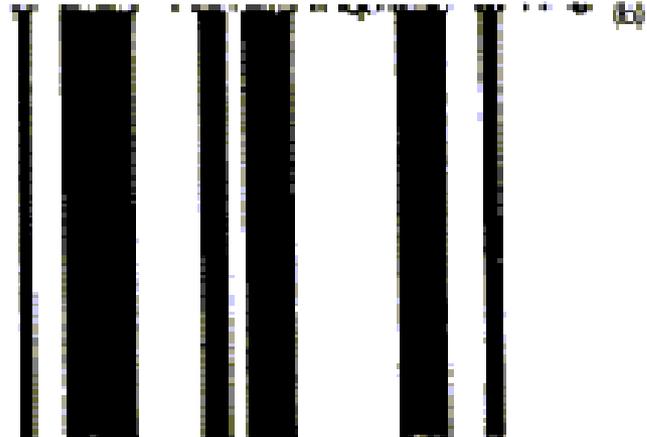
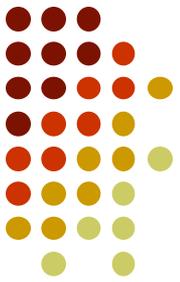


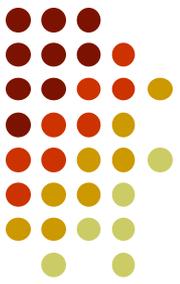
- El conocimiento público de los AC es atribuido a Conway's.
- Resultados sobre AC fueron presentados en 1970 en un juego llamado "*Life*",
- *Life* se divulgó en la columna mensual de Martin Gardner "*Juegos Matemáticos*" en *Scientific American*.

Life



Stephen Wolfram (1959-,) ACL



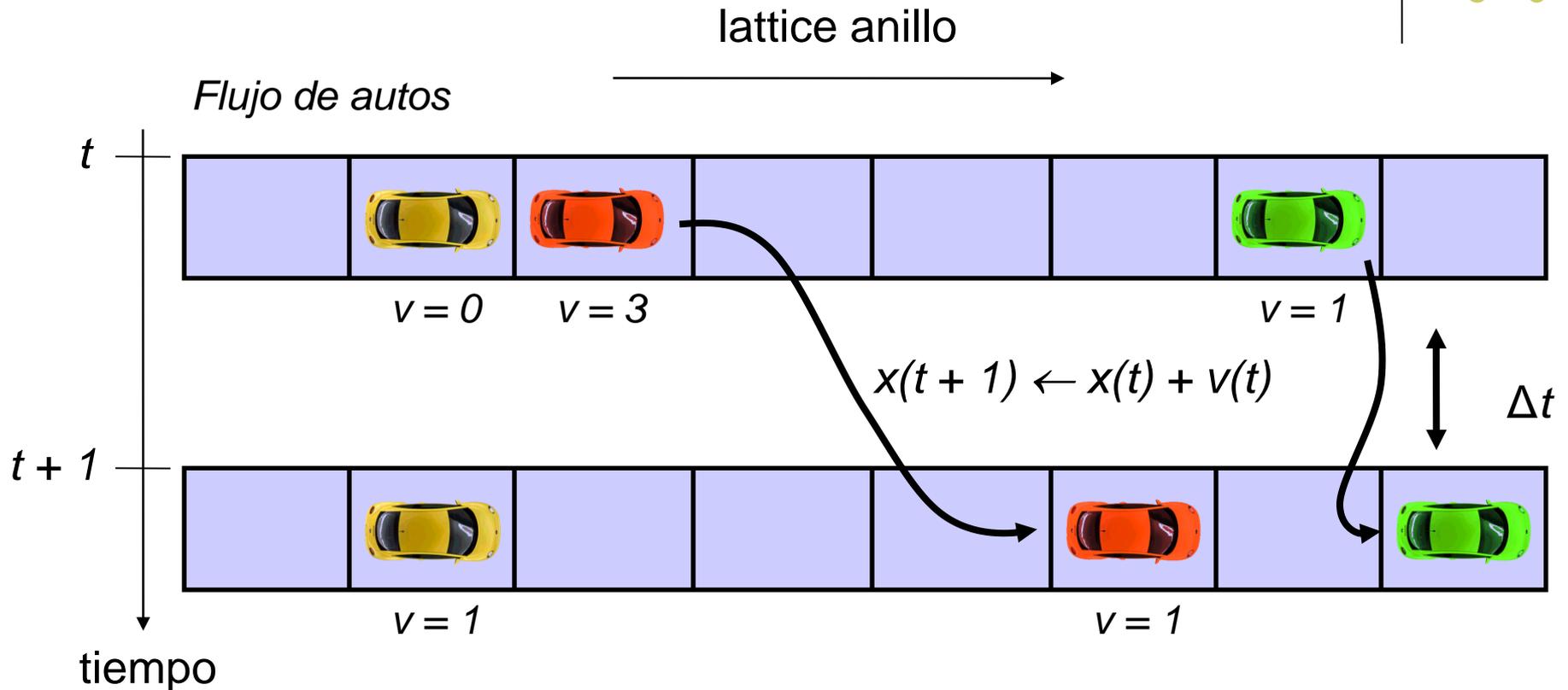
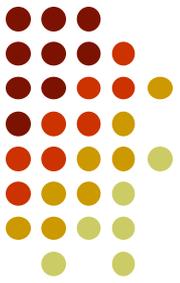


Porqué son interesantes los AC ?

- **Modelos ideales para:**
 - auto reproducción
 - computo paralelo
- **Aplicaciones en Ciencias de la computación:**
VLSI, Computo tolerante a fallas, criptografía, ...
- **Modelación:** fluidos, flujo de tráfico, percolación, ecosistemas,...
- **Versiones estocásticas y otras extensiones.**

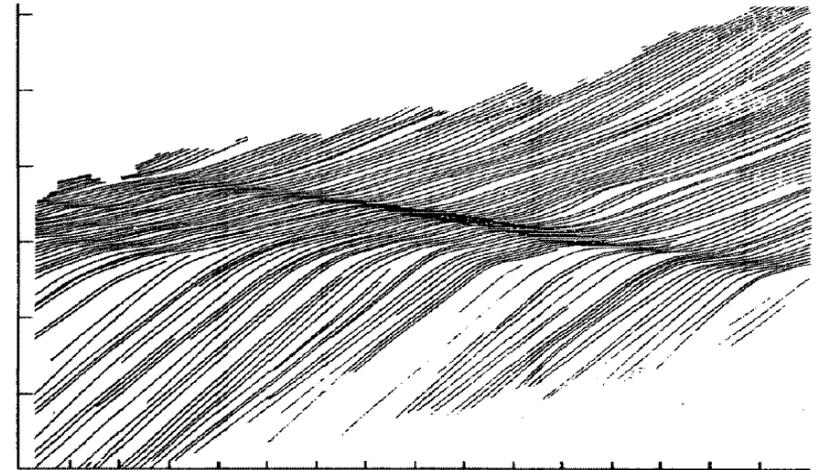
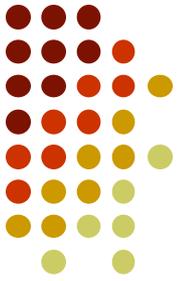
III. Aplicaciones

AC y tránsito vehicular

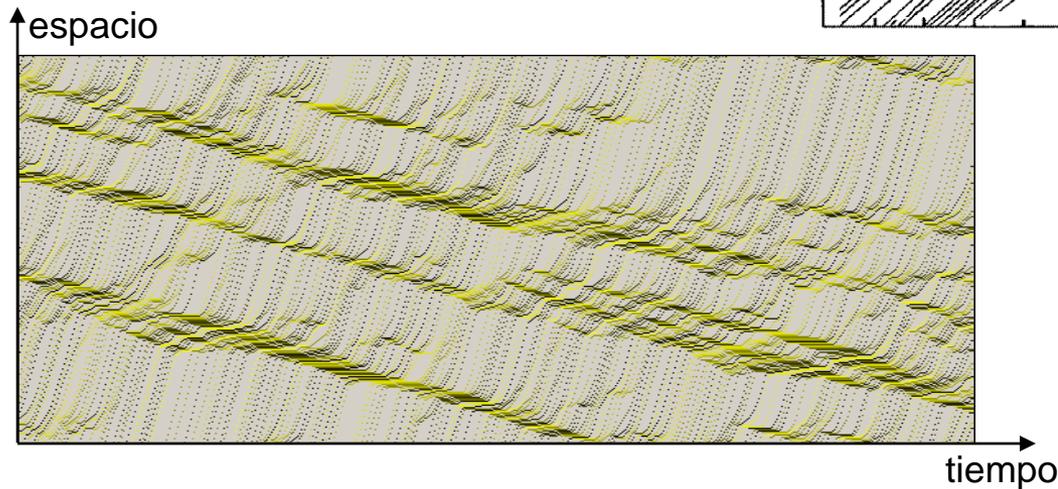


Las reglas son aplicadas consecutivamente y en paralelo

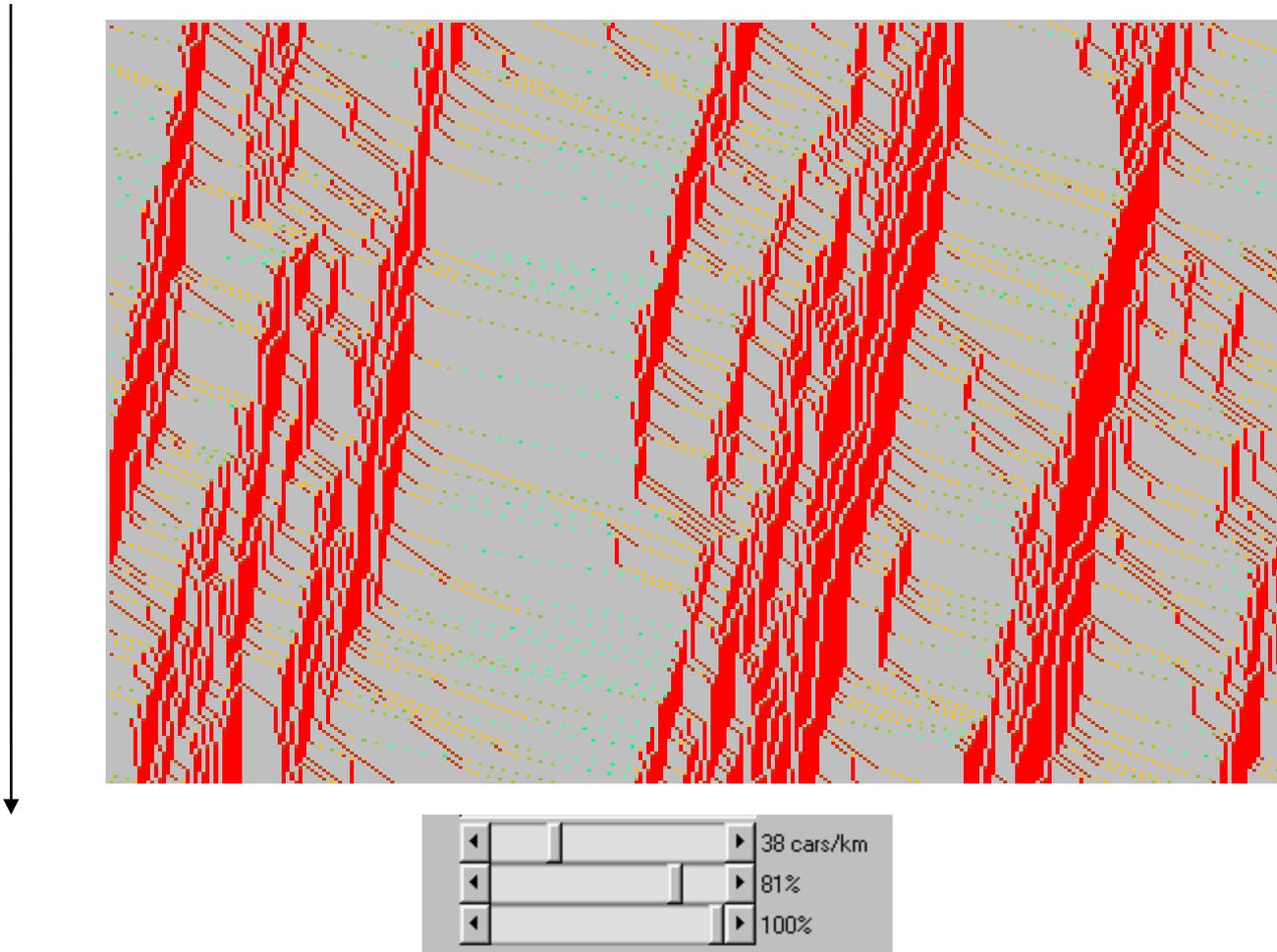
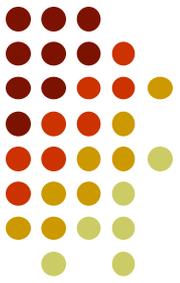
Nagel-Schreckenberg (1992)



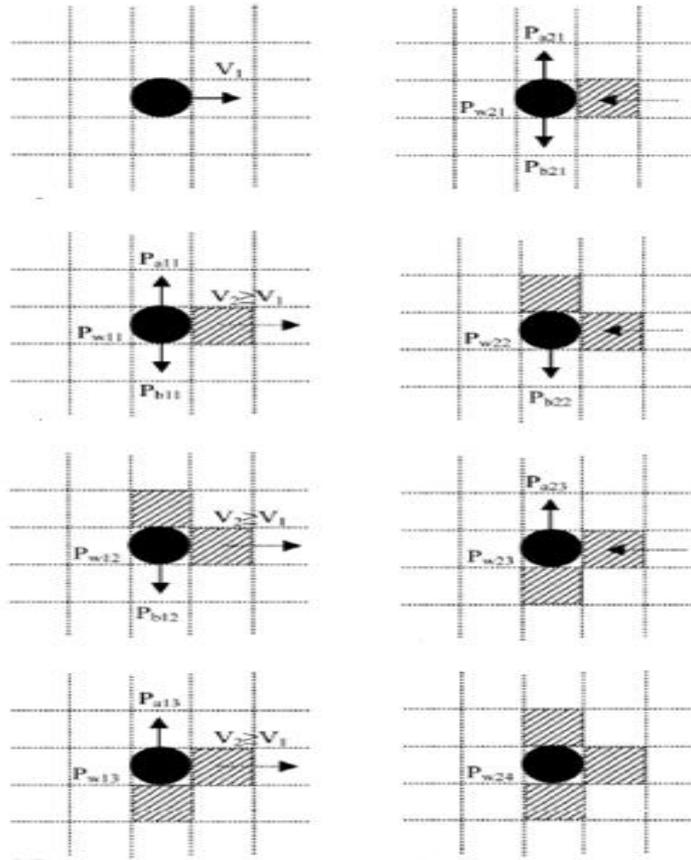
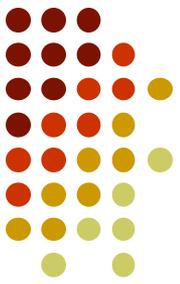
(embotellamiento)



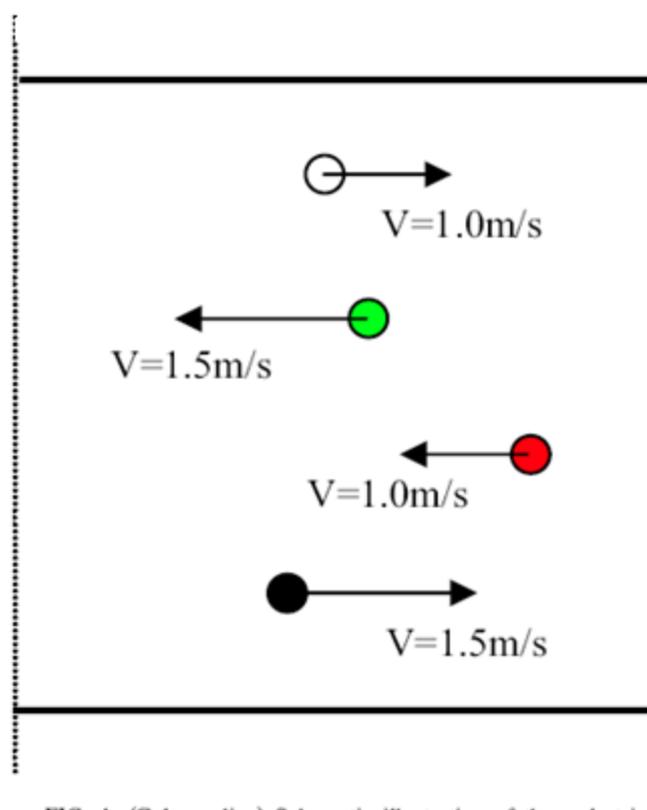
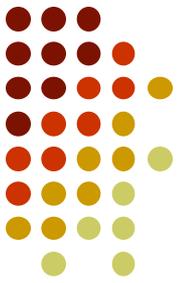
Espacio (x) – tiempo (y)



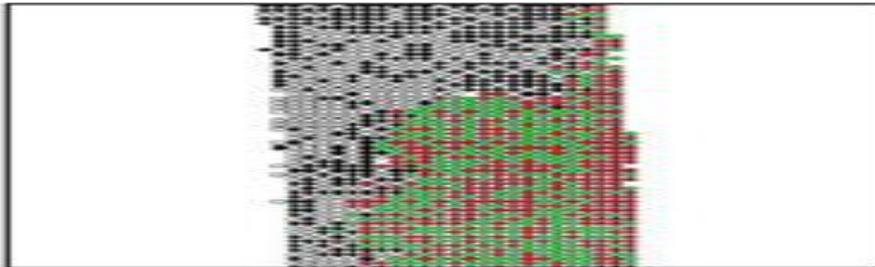
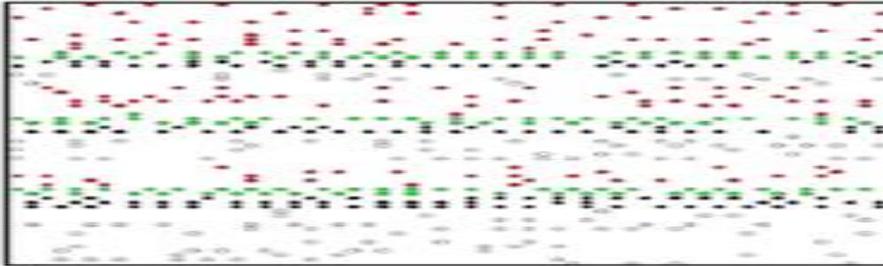
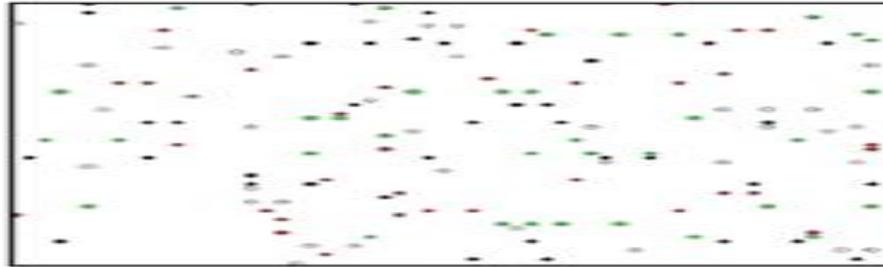
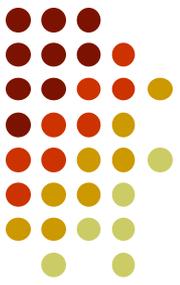
Modelación: Dinámica de Peatones



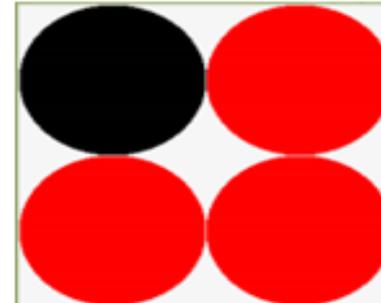
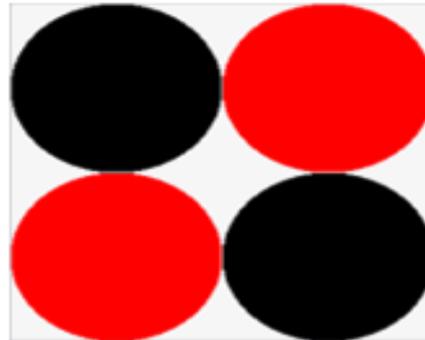
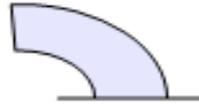
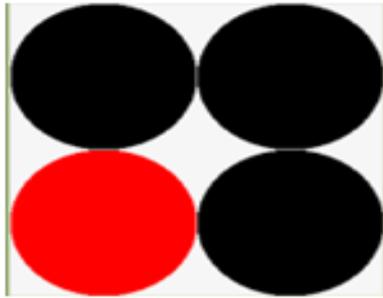
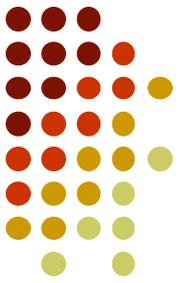
Diferentes velocidades de peatones



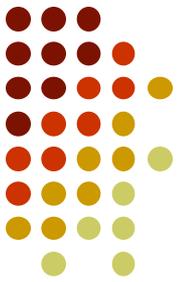
Patrones en dinámica peatonal



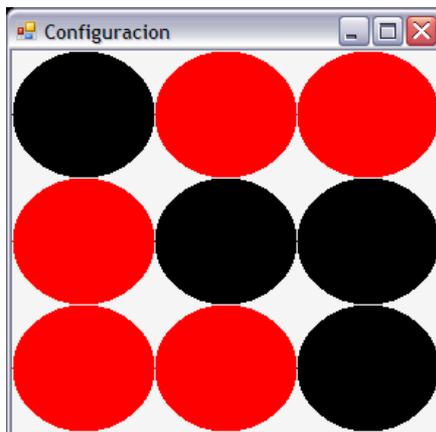
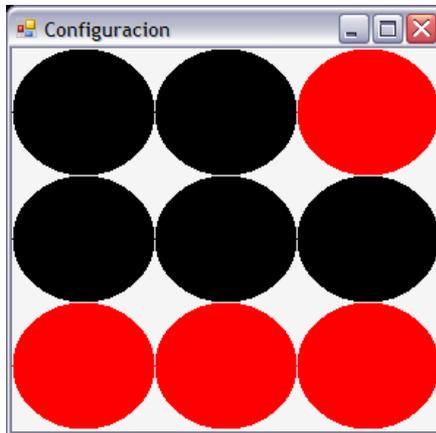
AC y AG



1



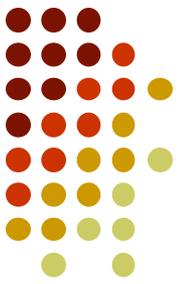
AC y AG



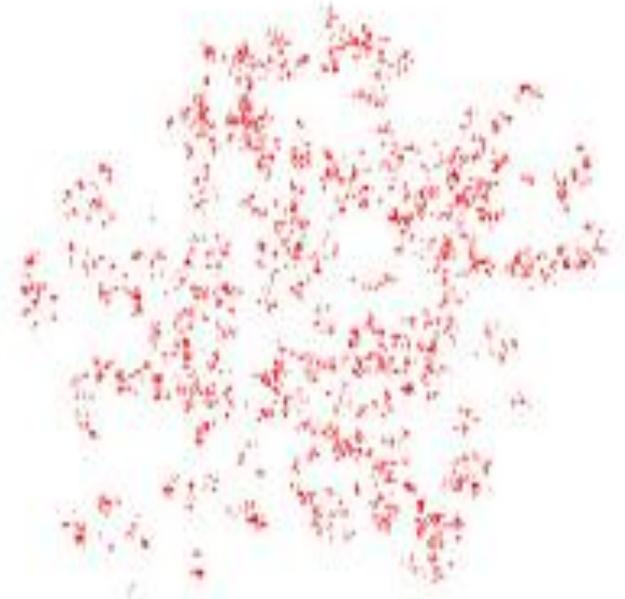
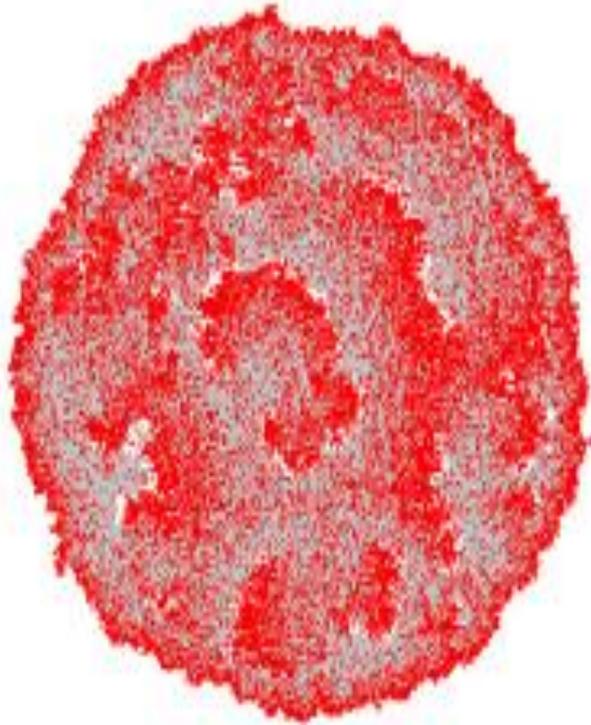
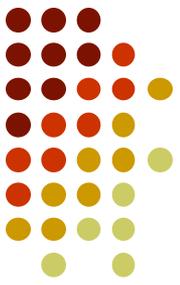
REGLA:

```
0011101101000100011010001011011011110011
1010010001101110010111011000001100110111
0110011101000100010000101100101110000110
01111101010101111100110111010111110001000
1010010100011111101000000000100100010101
1001000001101000111010101010001110001001
1001001100101100001100100000101101000101
1011100001111110110001011000100101001110
0010110110011101011011001001000101000000
0110001110010000010111110000011100000000
0010000010000111001011100000000101000001
1011000110100010010110100110000001110111
1100001010100001110100011010100
```

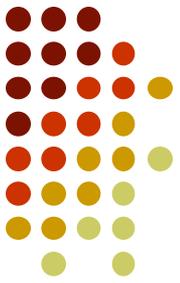
Dinámica presa-predador con AC



Presas-predador AC

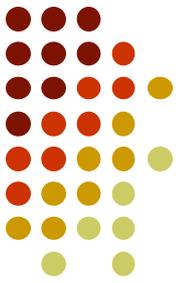


IV. AC en diferentes contextos



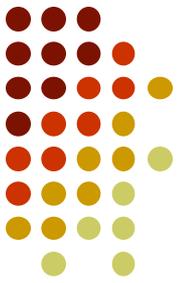
- Combinatoria y dinámica simbólica.
- Lenguajes y autómatas.
- Indecibilidad
- Computo y complejidad.

Combinatoria y Dinámica Simbólica

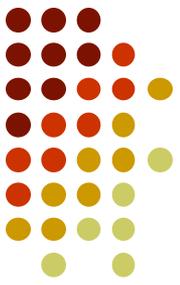


- **Mapeo global F :**
Inyectividad, sobreyectividad e invertibilidad
- **Configuraciones finitas y periódicas**
Inyectividad y sobreyectividad.
- **Dada una Configuración:**
 - Número de pre-imágenes y
 - Conexión entre estas.

Lenguajes y autómatas



- Representación de un AC por medio de un digrafo
- Lenguaje generado por F después de n iteraciones.
- Lenguaje generado en el límite.
- Lenguaje de la secuencia temporal generado por una célula dada en la lattice.



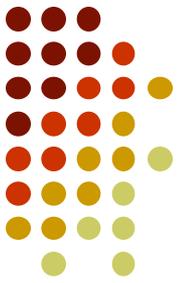
Indecibilidad

Una propiedad **P** diremos que **es indecible**, si no existe un algoritmo finito que decide si AC tiene P.

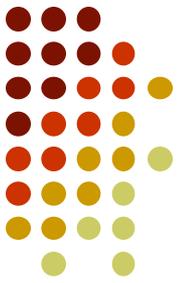
Algunas **propiedades indecibles**:

- Si el conjunto limite de un AC contiene:
 - un block finito dado.
- Sobreyectividad para un AC de 2D
- Si el conjunto limite de un AC de 2D contiene más de una configuración.

Computo y complejidad



- Constructor y computo universal.
- Complejidad computacional: e.g. computo de pre-imágenes y alcanzabilidad de ciertas configuraciones.
- Que lenguajes pueden ser reconocidos por AC finitos.
- Construcción de un AC finito para ejecutar una tarea computacional dada.



G r a c i a s . . . ! ! !

gtellez@cic.ipn.mx